

### Геометрический разнбой.

1. Внутри параллелограмма ABCD отметили точку E так, что  $CD=CE$ . Докажите, что прямая DE перпендикулярна прямой, проходящей через середины отрезков AE и BC.
2. M,N- середины сторон BC и CD параллелограмма ABCD. Докажите, что если  $DM \perp AC$ , то  $BN:CD=3:2$ .
3. В треугольнике ABC угол B равен  $20^\circ$ , угол C равен  $40^\circ$ . Биссектриса AD равна 2. Найдите разность BC- AB.
4. Угол при вершине B равнобедренного треугольника ABC равен  $108^\circ$ . Перпендикуляр к биссектрисе AD этого треугольника, проходящий через точку D, пересекает сторону AC в точке E. Докажите, что  $DE=BD$ .
5. В шестиугольнике ABCDEF все стороны равны и все углы равны. На прямой AF взята точка X так, что  $\angle XCD=45^\circ$ . Найдите угол FXE.
6. В остроугольном треугольнике ABC, в котором  $\angle A=45^\circ$ , проведены высоты  $AA_1, BB_1, CC_1$ . Биссектриса угла  $BA_1A_1$  пересекает прямую  $B_1A_1$  в точке D, а биссектриса угла  $CA_1A_1$  пересекает прямую  $C_1A_1$  в точке E. Найдите угол между прямыми BD и CE.
7. Внутри параллелограмма ABCD отмечена точка K. Точка M — середина BC, точка P — середина KM. Докажите, что если  $\angle APB = \angle CPD = 90^\circ$ , то  $AK = DK$ .
8. В выпуклом шестиугольнике ABCDEF все стороны равны и  $AD=BE=CF$ . Докажите, что в него можно вписать окружность (то есть внутри шестиугольника существует окружность касающаяся всех его сторон).
9. В прямоугольнике ABCD точка M — середина стороны CD. Через точку C провели прямую, перпендикулярную прямой BM, а через точку M — прямую, перпендикулярную диагонали BD. Докажите, что два проведенных перпендикуляра пересекаются на прямой AD.
10. Дан выпуклый пятиугольник ABCDE, все стороны которого равны между собой. Известно, что угол A равен  $120^\circ$ , угол C равен  $135^\circ$ , а угол D равен  $n^\circ$ . Найдите все возможные целые значения n.

### Геометрический разнбой.

1. Внутри параллелограмма ABCD отметили точку E так, что  $CD=CE$ . Докажите, что прямая DE перпендикулярна прямой, проходящей через середины отрезков AE и BC.
2. M,N- середины сторон BC и CD параллелограмма ABCD. Докажите, что если  $DM \perp AC$ , то  $BN:CD=3:2$ .
3. В треугольнике ABC угол B равен  $20^\circ$ , угол C равен  $40^\circ$ . Биссектриса AD равна 2. Найдите разность BC- AB.
4. Угол при вершине B равнобедренного треугольника ABC равен  $108^\circ$ . Перпендикуляр к биссектрисе AD этого треугольника, проходящий через точку D, пересекает сторону AC в точке E. Докажите, что  $DE=BD$ .
5. В шестиугольнике ABCDEF все стороны равны и все углы равны. На прямой AF взята точка X так, что  $\angle XCD=45^\circ$ . Найдите угол FXE.
6. В остроугольном треугольнике ABC, в котором  $\angle A=45^\circ$ , проведены высоты  $AA_1, BB_1, CC_1$ . Биссектриса угла  $BA_1A_1$  пересекает прямую  $B_1A_1$  в точке D, а биссектриса угла  $CA_1A_1$  пересекает прямую  $C_1A_1$  в точке E. Найдите угол между прямыми BD и CE.
7. Внутри параллелограмма ABCD отмечена точка K. Точка M — середина BC, точка P — середина KM. Докажите, что если  $\angle APB = \angle CPD = 90^\circ$ , то  $AK = DK$ .
8. В выпуклом шестиугольнике ABCDEF все стороны равны и  $AD=BE=CF$ . Докажите, что в него можно вписать окружность (то есть внутри шестиугольника существует окружность касающаяся всех его сторон).
9. В прямоугольнике ABCD точка M — середина стороны CD. Через точку C провели прямую, перпендикулярную прямой BM, а через точку M — прямую, перпендикулярную диагонали BD. Докажите, что два проведенных перпендикуляра пересекаются на прямой AD.
10. Дан выпуклый пятиугольник ABCDE, все стороны которого равны между собой. Известно, что угол A равен  $120^\circ$ , угол C равен  $135^\circ$ , а угол D равен  $n^\circ$ . Найдите все возможные целые значения n.