

Алгебраические преобразования. Неравенства

1. Пусть $x, y > 0$. Докажите, что $\frac{x}{\sqrt{y}} + \frac{y}{\sqrt{x}} \geq \sqrt{x} + \sqrt{y}$
 2. Докажите, что при любом a имеет место неравенство $3(1 + a^2 + a^4) \geq (1 + a + a^2)^2$.
 3. а) Докажите для любых a, b , что $a^2 + b^2 \geq 2ab$.
б) Докажите, что при любых x, y, z выполнено неравенство $x^4 + y^4 + z^2 + 1 \geq 2x(xy^2 - x + z + 1)$.
 4. а) Докажите для любых a, b, c , что $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + ac + bc$.
б) Докажите, что если $x + y + z = 6$, то $x^2 + y^2 + z^2 \geq 12$.
в) Докажите, что если положительные числа a, b, c такие, что $ab + bc + ac > a + b + c$, то верно $a + b + c > 3$.
 5. а) Пусть $0 < y < x < 1$. Докажите, что $\frac{x-y}{1-xy} < 1$.
б) Пусть x, y - числа из отрезка $[0, 1]$. Докажите неравенство $\frac{x}{1+y} + \frac{y}{1+x} \leq 1$.
в) Пусть $0 < x, y < 2$. Докажите, что $\frac{4-x-y}{x+y-xy} \geq 1$.
 6. Докажите, что многочлен $x^{12} - x^9 + x^4 - x + 1$ при всех значениях x положителен.
 7. Неотрицательные числа x, y удовлетворяют условию $x + y \leq 1$. Докажите, что $12xy \leq 4x(1 - y) + 9y(1 - x)$.
 8. Пусть a, b, c - длины сторон треугольника. Докажите, что $a^3 + b^3 + 3abc > c^3$.
 9. Пусть $a, b, c, d \geq 0$, причём $c + d \leq a$, $c + d \leq b$. Докажите, что $ad + bc \leq ab$.
- Домашнее задание**
10. Пусть $-1 < x, y < 1$. Докажите, что $-1 < \frac{x+y}{1+xy} < 1$.

Алгебраические преобразования. Неравенства

1. Пусть $x, y > 0$. Докажите, что $\frac{x}{\sqrt{y}} + \frac{y}{\sqrt{x}} \geq \sqrt{x} + \sqrt{y}$
 2. Докажите, что при любом a имеет место неравенство $3(1 + a^2 + a^4) \geq (1 + a + a^2)^2$.
 3. а) Докажите для любых a, b , что $a^2 + b^2 \geq 2ab$.
б) Докажите, что при любых x, y, z выполнено неравенство $x^4 + y^4 + z^2 + 1 \geq 2x(xy^2 - x + z + 1)$.
 4. а) Докажите для любых a, b, c , что $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + ac + bc$.
б) Докажите, что если $x + y + z = 6$, то $x^2 + y^2 + z^2 \geq 12$.
в) Докажите, что если положительные числа a, b, c такие, что $ab + bc + ac > a + b + c$, то верно $a + b + c > 3$.
 5. а) Пусть $0 < y < x < 1$. Докажите, что $\frac{x-y}{1-xy} < 1$.
б) Пусть x, y - числа из отрезка $[0, 1]$. Докажите неравенство $\frac{x}{1+y} + \frac{y}{1+x} \leq 1$.
в) Пусть $0 < x, y < 2$. Докажите, что $\frac{4-x-y}{x+y-xy} \geq 1$.
 6. Докажите, что многочлен $x^{12} - x^9 + x^4 - x + 1$ при всех значениях x положителен.
 7. Неотрицательные числа x, y удовлетворяют условию $x + y \leq 1$. Докажите, что $12xy \leq 4x(1 - y) + 9y(1 - x)$.
 8. Пусть a, b, c - длины сторон треугольника. Докажите, что $a^3 + b^3 + 3abc > c^3$.
 9. Пусть $a, b, c, d \geq 0$, причём $c + d \leq a$, $c + d \leq b$. Докажите, что $ad + bc \leq ab$.
- Домашнее задание**
10. Пусть $-1 < x, y < 1$. Докажите, что $-1 < \frac{x+y}{1+xy} < 1$.

Алгебраические преобразования. Неравенства

1. Пусть $x, y > 0$. Докажите, что $\frac{x}{\sqrt{y}} + \frac{y}{\sqrt{x}} \geq \sqrt{x} + \sqrt{y}$
 2. Докажите, что при любом a имеет место неравенство $3(1 + a^2 + a^4) \geq (1 + a + a^2)^2$.
 3. а) Докажите для любых a, b , что $a^2 + b^2 \geq 2ab$.
б) Докажите, что при любых x, y, z выполнено неравенство $x^4 + y^4 + z^2 + 1 \geq 2x(xy^2 - x + z + 1)$.
 4. а) Докажите для любых a, b, c , что $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + ac + bc$.
б) Докажите, что если $x + y + z = 6$, то $x^2 + y^2 + z^2 \geq 12$.
в) Докажите, что если положительные числа a, b, c такие, что $ab + bc + ac > a + b + c$, то верно $a + b + c > 3$.
 5. а) Пусть $0 < y < x < 1$. Докажите, что $\frac{x-y}{1-xy} < 1$.
б) Пусть x, y - числа из отрезка $[0, 1]$. Докажите неравенство $\frac{x}{1+y} + \frac{y}{1+x} \leq 1$.
в) Пусть $0 < x, y < 2$. Докажите, что $\frac{4-x-y}{x+y-xy} \geq 1$.
 6. Докажите, что многочлен $x^{12} - x^9 + x^4 - x + 1$ при всех значениях x положителен.
 7. Неотрицательные числа x, y удовлетворяют условию $x + y \leq 1$. Докажите, что $12xy \leq 4x(1 - y) + 9y(1 - x)$.
 8. Пусть a, b, c - длины сторон треугольника. Докажите, что $a^3 + b^3 + 3abc > c^3$.
 9. Пусть $a, b, c, d \geq 0$, причём $c + d \leq a$, $c + d \leq b$. Докажите, что $ad + bc \leq ab$.
- Домашнее задание**
10. Пусть $-1 < x, y < 1$. Докажите, что $-1 < \frac{x+y}{1+xy} < 1$.

Алгебраические преобразования. Неравенства

1. Пусть $x, y > 0$. Докажите, что $\frac{x}{\sqrt{y}} + \frac{y}{\sqrt{x}} \geq \sqrt{x} + \sqrt{y}$
 2. Докажите, что при любом a имеет место неравенство $3(1 + a^2 + a^4) \geq (1 + a + a^2)^2$.
 3. а) Докажите для любых a, b , что $a^2 + b^2 \geq 2ab$.
б) Докажите, что при любых x, y, z выполнено неравенство $x^4 + y^4 + z^2 + 1 \geq 2x(xy^2 - x + z + 1)$.
 4. а) Докажите для любых a, b, c , что $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + ac + bc$.
б) Докажите, что если $x + y + z = 6$, то $x^2 + y^2 + z^2 \geq 12$.
в) Докажите, что если положительные числа a, b, c такие, что $ab + bc + ac > a + b + c$, то верно $a + b + c > 3$.
 5. а) Пусть $0 < y < x < 1$. Докажите, что $\frac{x-y}{1-xy} < 1$.
б) Пусть x, y - числа из отрезка $[0, 1]$. Докажите неравенство $\frac{x}{1+y} + \frac{y}{1+x} \leq 1$.
в) Пусть $0 < x, y < 2$. Докажите, что $\frac{4-x-y}{x+y-xy} \geq 1$.
 6. Докажите, что многочлен $x^{12} - x^9 + x^4 - x + 1$ при всех значениях x положителен.
 7. Неотрицательные числа x, y удовлетворяют условию $x + y \leq 1$. Докажите, что $12xy \leq 4x(1 - y) + 9y(1 - x)$.
 8. Пусть a, b, c - длины сторон треугольника. Докажите, что $a^3 + b^3 + 3abc > c^3$.
 9. Пусть $a, b, c, d \geq 0$, причём $c + d \leq a$, $c + d \leq b$. Докажите, что $ad + bc \leq ab$.
- Домашнее задание**
10. Пусть $-1 < x, y < 1$. Докажите, что $-1 < \frac{x+y}{1+xy} < 1$.