

Кружок школы 1568. 8 Класс

Разной к Эйлеру

1. Учительница нарисовала на доске прямоугольник ABCD. Ученик Петя разделил этот прямоугольник на две прямоугольника прямой, параллельной стороне AB. Оказалось, что площади этих частей относятся как 1:2, а периметры как 3:5 (в том же порядке). Ученик Вася разделил этот прямоугольник на две части прямой, параллельной стороне BC. Площади новых частей тоже относятся как 1:2. Как относятся их периметры?
2. Какое наименьшее количество цифр нужно вычеркнуть из числа 20162016 так, чтобы результат делился на 2016(ничего не вычеркивать нельзя)?
3. Боря нарисовал девять отрезков, три из которых равны трём высотам треугольника ABC, три — трём биссектрисам, три — трём медианам. Оказалось, что для любого из нарисованных отрезков среди остальных восьми найдётся равный ему. Докажите, что треугольник ABC — равнобедренный.
4. В футбольном турнире, где каждая команда встречалась с каждой один раз, играли 16 команд. За победу давали 3 очка, за ничью - 1, а за поражение - 0. После окончания турнира выяснилось, что каждая команда выиграла хотя бы треть своих матчей и проиграла хотя бы треть своих матчей. Докажите, что какие-то две команды набрали поровну очков.
5. Двадцать восемь лямзиков весами 2, 3, 4 и 5 кг (по 7 лямзиков каждого веса) переправились через реку на вёсельной лодке, выдерживающей вес 10 кг. Известно, что каждый лямзик грёб не более двух раз. Докажите, что грести пришлось не менее чем 12 лямзикам. У лодки один гребец, без грёбца лодка плыть не может
6. Докажите, что число
$$12345678987654321^2 \cdot 987654321012345679^2 + (12345678987654321^2 + 987654321012345679^2) \cdot 10^{36}$$
является квадратом целого числа.
7. В некоторые клетки доски 8×8 вписаны треугольники, у которых одна сторона совпадает со стороной клетки, а третья вершина лежит на противоположной стороне клетки. У треугольников нет общих точек. Каково наименьшее возможное число пустых клеток?