

Принцип Дирихле.

- Если в N клетках сидит не менее $N+1$ кроликов, то в какой-то из клеток сидит не менее двух кроликов.
- Если в N клетках сидит не менее $kN+1$ кроликов, то в какой-то из клеток сидит не менее $k+1$ кролик.
- Если сумма N чисел равна S , то среди них есть как число не большее S/N , так и число не меньшее S/N .

0. а) В классе 30 учеников. В диктанте Вова сделал 13 ошибок, остальные меньше. Докажите, что по крайней мере три ученика сделали ошибок поровну.

б) В финальном матче школьного чемпионата по баскетболу команда 5А забила 9 мячей. Докажите, что найдутся два игрока этой команды, забившие поровну мячей. (в команде по баскетболу 5 человек)

1. За победу в математической регате команда из 4 человек получила 10 конфет. Дети поделили конфеты между собой, не разламывая их. Определите, верны ли следующие утверждения:

- а) "кому-то досталось по крайней мере 2 конфеты";
- б) "кому-то досталось по крайней мере 3 конфеты";
- в) "двум людям досталось по крайней мере две конфеты";
- г) "каждому досталась хотя бы одна конфета"

2. Мальчик раздал 49 апельсинов 8 друзьям. Докажите, что кому-то досталось по крайней мере 7 апельсинов.

3. Занятия математического кружка проходят в девяти аудиториях. Среди прочих, на эти занятия приходят 19 учеников из одной и той же школы.

а) Докажите, что как их не пересаживай, хотя бы в одной аудитории окажется не меньше трех таких школьников.

б) Верно ли, что в какой-нибудь аудитории обязательно окажется ровно три таких школьника?

4. а) В темной комнате стоит шкаф, в котором лежат 24 черных и 24 синих носка. Какое минимальное количество носков нужно взять из шкафа, чтобы из них заведомо можно было составить по крайней мере одну пару носков одного цвета?

б) Какое минимальное количество носков нужно взять, чтобы заведомо можно было составить хотя бы одну пару носков черного цвета?

в) Как изменится решение задачи, если в ящике лежат 12 пар черных и 12 пар синих ботинок и требуется составить пару одного цвета (как в пункте а) и пару черного цвета (как в пункте б)? Ботинки, в отличие от носков, бывают левыми и правыми.

5. Кот Базилио пообещал Буратино открыть великую тайну, если он составит чудесный квадрат 6×6 из чисел $+1, -1, 0$ так, чтобы все суммы по строкам, по столбцам и по большим диагоналям были различны. Докажите, что Буратино не сможет составить такой квадрат.

6. На карьере добыли 36 камней. Их веса: 490кг, 495кг, 500кг, ..., 665кг. Можно ли увезти эти камни на семи трёхтонных грузовиках?

7. а) Среди любых шести целых чисел найдутся два числа, разность которых кратна 5. Докажите это.

б) Даны 12 различных двузначных чисел. Докажите, что из них можно выбрать два числа, разность которых — двузначное число, записываемое двумя одинаковыми цифрами.

8. В квадратном ковре со стороной 1 метр моль проела 24 дырки. Докажите, что из этого ковра всегда можно вырезать квадратный коврик со стороной 20 сантиметров, в котором дырок не будет.

9*. а) Существуют ли 50 различных двузначных чисел, сумма никаких двух из которых не равна 100?

б) А более пятидесяти?

Домашнее задание

1. 10 туристов отправились в поход. Самому старшему из них 35 лет, а самому младшему

а) 26 лет,

б) 27 лет. Верно ли, что среди туристов есть одноклассники?

2. Имеется 101 пуговица одного из 11 цветов. Докажите, что либо среди этих пуговиц найдутся 11 пуговиц одного цвета, либо 11 пуговиц разных цветов.

Принцип Дирихле.

- Если в N клетках сидит не менее $N+1$ кроликов, то в какой-то из клеток сидит не менее двух кроликов.
- Если в N клетках сидит не менее $kN+1$ кроликов, то в какой-то из клеток сидит не менее $k+1$ кролик.
- Если сумма N чисел равна S , то среди них есть как число не большее S/N , так и число не меньшее S/N .

0. а) В классе 30 учеников. В диктанте Вова сделал 13 ошибок, остальные меньше. Докажите, что по крайней мере три ученика сделали ошибок поровну.

б) В финальном матче школьного чемпионата по баскетболу команда 5А забила 9 мячей. Докажите, что найдутся два игрока этой команды, забившие поровну мячей. (в команде по баскетболу 5 человек)

1. За победу в математической регате команда из 4 человек получила 10 конфет. Дети поделили конфеты между собой, не разламывая их. Определите, верны ли следующие утверждения:

- а) "кому-то досталось по крайней мере 2 конфеты";
- б) "кому-то досталось по крайней мере 3 конфеты";
- в) "двум людям досталось по крайней мере две конфеты";
- г) "каждому досталась хотя бы одна конфета"

2. Мальчик раздал 49 апельсинов 8 друзьям. Докажите, что кому-то досталось по крайней мере 7 апельсинов.

3. Занятия математического кружка проходят в девяти аудиториях. Среди прочих, на эти занятия приходят 19 учеников из одной и той же школы.

а) Докажите, что как их не пересаживай, хотя бы в одной аудитории окажется не меньше трех таких школьников.

б) Верно ли, что в какой-нибудь аудитории обязательно окажется ровно три таких школьника?

4. а) В темной комнате стоит шкаф, в котором лежат 24 черных и 24 синих носка. Какое минимальное количество носков нужно взять из шкафа, чтобы из них заведомо можно было составить по крайней мере одну пару носков одного цвета?

б) Какое минимальное количество носков нужно взять, чтобы заведомо можно было составить хотя бы одну пару носков черного цвета?

в) Как изменится решение задачи, если в ящике лежат 12 пар черных и 12 пар синих ботинок и требуется составить пару одного цвета (как в пункте а) и пару черного цвета (как в пункте б)? Ботинки, в отличие от носков, бывают левыми и правыми.

5. Кот Базилио пообещал Буратино открыть великую тайну, если он составит чудесный квадрат 6×6 из чисел $+1, -1, 0$ так, чтобы все суммы по строкам, по столбцам и по большим диагоналям были различны. Докажите, что Буратино не сможет составить такой квадрат.

6. На карьере добыли 36 камней. Их веса: 490кг, 495кг, 500кг, ..., 665кг. Можно ли увезти эти камни на семи трёхтонных грузовиках?

7. а) Среди любых шести целых чисел найдутся два числа, разность которых кратна 5. Докажите это.

б) Даны 12 различных двузначных чисел. Докажите, что из них можно выбрать два числа, разность которых — двузначное число, записываемое двумя одинаковыми цифрами.

8. В квадратном ковре со стороной 1 метр моль проела 24 дырки. Докажите, что из этого ковра всегда можно вырезать квадратный коврик со стороной 20 сантиметров, в котором дырок не будет.

9*. а) Существуют ли 50 различных двузначных чисел, сумма никаких двух из которых не равна 100?

б) А более пятидесяти?

Домашнее задание

1. 10 туристов отправились в поход. Самому старшему из них 35 лет, а самому младшему

а) 26 лет,

б) 27 лет. Верно ли, что среди туристов есть одноклассники?

2. Имеется 101 пуговица одного из 11 цветов. Докажите, что либо среди этих пуговиц найдутся 11 пуговиц одного цвета, либо 11 пуговиц разных цветов.