

Графы-3. Связность.

1. Система точек, соединённых отрезками, называется "связной", если из каждой точки можно пройти в любую другую по этим отрезкам, но переходя на другой отрезок только из конца предыдущего (в местах пересечения отрезков переход с одного из них на другой невозможен.) . Можно ли соединить пять точек в связную систему так, чтобы при стирании любого отрезка образовались ровно две связные системы точек, не связанные друг с другом?
2. Как соединить 50 городов наименьшим числом авиалиний так, чтобы из каждого города можно было попасть в любой, сделав не более двух пересадок?
3. В стране 15 городов, каждый из которых соединен дорогами не менее чем с 7 другими. Докажите, что из любого города можно добраться до любого другого.
4. В одной стране некоторые города связаны друг с другом авиалиниями. Из столицы выходит 25 авиалиний, из города Дальнего - одна, из всех остальных городов --- по 10 линий. Докажите, что из столицы можно добраться до Дальнего (возможно, с пересадками).
5. В одной стране из каждого города выходит 100 дорог и от любого города можно добраться до любого другого. Одну дорогу закрыли на ремонт. Докажите, что и теперь от любого города можно добраться до любого другого.
6. Несколько деревень соединены между собой дорогами, причем от каждой можно добраться до любой другой (возможно через другую деревню). Из деревни Четверкино выходит 4 дороги, из Пятеркино — 5, из Шестеркино — 6, из Семеркино - 7, а из остальных выходит по двадцать дорог. Потом одну дорогу закрыли и появились две такие деревни, которые теперь не соединены меж собой. Докажите, что от Пятеркино теперь до Семеркино не доберешься.
7. Имеются две страны: *Обычная* и *Зазеркалье*. У каждого города в *Обычной* стране есть "двойник" в *Зазеркалье*, и наоборот. Однако если в *Обычной* стране какие-то два города соединены железной дорогой, то в *Зазеркалье* эти города не соединены, а каждые два несоединённых в *Обычной* стране города обязательно соединены железной дорогой в *Зазеркалье*. В *Обычной* стране девочка Алиса не может проехать из города *A* в город *B*, сделав менее двух пересадок. Доказать, что Алиса в *Зазеркалье* сможет проехать из любого города в любой другой, сделав не более двух пересадок.
8. В стране больше 101 города. Столица соединена авиалиниями со 100 городами, а каждый город, кроме столицы, соединён авиалиниями ровно с десятью городами (если *A* соединён с *B*, то *B* соединён с *A*). Известно, что из каждого города можно попасть в любой другой (может быть, с пересадками). Доказать, что можно закрыть половину авиалиний, идущих из столицы, так, что возможность попасть из каждого города в любой другой сохранится.
9. *Несколько фишек двух цветов расположены в ряд (встречаются оба цвета). Известно, что фишки, между которыми 10 или 15 фишек, одинаковы. Какое наибольшее число фишек может быть?

Домашнее задание

10. Петя заметил, что у всех его 25 одноклассников различное число друзей в этом классе. Сколько друзей у Пети?

Графы-3. Связность.

1. Система точек, соединённых отрезками, называется "связной", если из каждой точки можно пройти в любую другую по этим отрезкам, но переходя на другой отрезок только из конца предыдущего (в местах пересечения отрезков переход с одного из них на другой невозможен.) . Можно ли соединить пять точек в связную систему так, чтобы при стирании любого отрезка образовались ровно две связные системы точек, не связанные друг с другом?
2. Как соединить 50 городов наименьшим числом авиалиний так, чтобы из каждого города можно было попасть в любой, сделав не более двух пересадок?
3. В стране 15 городов, каждый из которых соединен дорогами не менее чем с 7 другими. Докажите, что из любого города можно добраться до любого другого.
4. В одной стране некоторые города связаны друг с другом авиалиниями. Из столицы выходит 25 авиалиний, из города Дальнего - одна, из всех остальных городов --- по 10 линий. Докажите, что из столицы можно добраться до Дальнего (возможно, с пересадками).
5. В одной стране из каждого города выходит 100 дорог и от любого города можно добраться до любого другого. Одну дорогу закрыли на ремонт. Докажите, что и теперь от любого города можно добраться до любого другого.
6. Несколько деревень соединены между собой дорогами, причем от каждой можно добраться до любой другой (возможно через другую деревню). Из деревни Четверкино выходит 4 дороги, из Пятеркино — 5, из Шестеркино — 6, из Семеркино - 7, а из остальных выходит по двадцать дорог. Потом одну дорогу закрыли и появились две такие деревни, которые теперь не соединены меж собой. Докажите, что от Пятеркино теперь до Семеркино не доберешься.
7. Имеются две страны: *Обычная* и *Зазеркалье*. У каждого города в *Обычной* стране есть "двойник" в *Зазеркалье*, и наоборот. Однако если в *Обычной* стране какие-то два города соединены железной дорогой, то в *Зазеркалье* эти города не соединены, а каждые два несоединённых в *Обычной* стране города обязательно соединены железной дорогой в *Зазеркалье*. В *Обычной* стране девочка Алиса не может проехать из города *A* в город *B*, сделав менее двух пересадок. Доказать, что Алиса в *Зазеркалье* сможет проехать из любого города в любой другой, сделав не более двух пересадок.
8. В стране больше 101 города. Столица соединена авиалиниями со 100 городами, а каждый город, кроме столицы, соединён авиалиниями ровно с десятью городами (если *A* соединён с *B*, то *B* соединён с *A*). Известно, что из каждого города можно попасть в любой другой (может быть, с пересадками). Доказать, что можно закрыть половину авиалиний, идущих из столицы, так, что возможность попасть из каждого города в любой другой сохранится.
9. *Несколько фишек двух цветов расположены в ряд (встречаются оба цвета). Известно, что фишки, между которыми 10 или 15 фишек, одинаковы. Какое наибольшее число фишек может быть?

Домашнее задание

10. Петя заметил, что у всех его 25 одноклассников различное число друзей в этом классе. Сколько друзей у Пети?