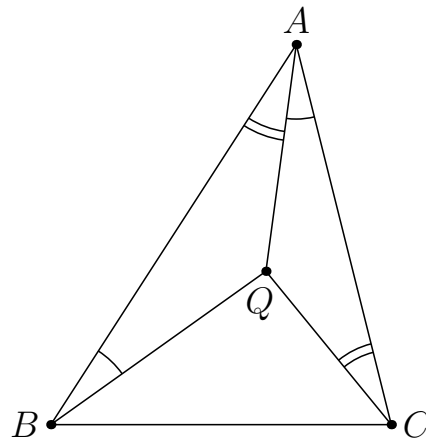
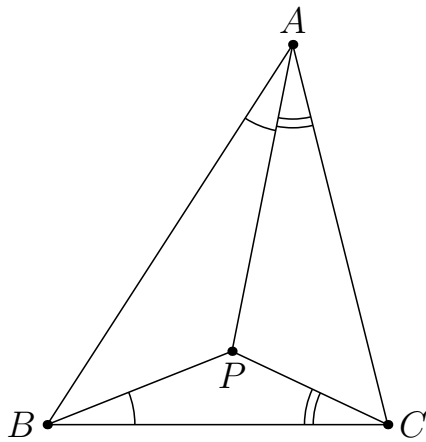


Серия 16. Точки  $P$  и  $Q$ 

- Смотрите первую картинку.
  - Докажите, что точка  $P$  лежит на медиане из вершины  $A$ .
  - Докажите, что отражения  $P'$  и  $P''$  точки  $P$  относительно стороны  $BC$  и относительно середины стороны  $BC$  лежат на окружности  $(ABC)$ .
  - Докажите, что четырёхугольник  $BACP'$  — гармонический.
  - Докажите, что точка  $P$  — проекция ортоцентра на медиану.
- Смотрите вторую картинку.
  - Докажите, что точка  $Q$  лежит на симедиане из вершины  $A$ .
  - Докажите, что точка  $Q$  — проекция центра описанной окружности на симедиану.
- Касательная к описанной окружности треугольника  $ABC$  ( $AB > AC$ ) в вершине  $A$  пересекает прямую  $BC$  в точке  $M$ . Точка  $X$  — отражение точки  $C$  относительно прямой  $AM$ , а точка  $Y$  — отражение точки  $A$  относительно центра  $M$ . Докажите, что точки  $A, B, X, Y$  лежат на одной окружности.
- Let  $ABC$  be a triangle with  $AB > AC > BC$ . Let  $D$  be a point on  $AB$  such that  $CD = BC$ , and let  $M$  be the midpoint of  $AC$ . Show that  $BD = AC \iff \angle BAC = 2\angle ABM$ .
- Серединные перпендикуляры к сторонам  $AB$  и  $AC$  треугольника  $ABC$  пересекают его медиану  $AM$  в точках  $X$  и  $Y$  соответственно. Прямые  $BX$  и  $CY$  пересекаются в точка  $Z$ . Докажите, что точки  $A, Z$  и середины сторон  $AB$  и  $AC$  лежат на одной окружности.
- In an acute triangle  $ABC$  segments  $BE$  and  $CF$  are altitudes. Two circles passing through the points  $A$  and  $F$  are tangent to the line  $BC$  at the points  $P$  and  $Q$  so that  $B$  lies between  $C$  and  $Q$ . Prove that the lines  $PE$  and  $QF$  intersect on the circumcircle of triangle  $AEF$ .
- В параллелограмме  $ABCD$  проведена высота  $BH$  к стороне  $AD$ . Две окружности, проходящие через точки  $C$  и  $D$ , касаются прямой  $BH$  в точках  $X$  и  $Y$ . Точка  $M$  — середина  $AB$ . Докажите, что  $MD$  — биссектриса угла  $XMY$ .