

Задачи на построения и геометрические места точек, связанные с площадями

Построения и ГМТ, связанные с площадями, во многом, опираются на факты, связанные с равновеликостью фигур, которые обсуждались на предыдущем занятии по площадям. Полезно вспомнить:

- 1) Как разбить треугольник на два, на три, на шесть равновеликих треугольников?
- 2) В выпуклом четырехугольнике последовательно соединили середины сторон. Какую часть от площади исходного четырехугольника составляет площадь полученного?
- 3) В трапеции проведены диагонали. Укажите все пары равновеликих треугольников и обоснуйте. Верно ли, что из равновеликости таких пар треугольников следует, что данный четырехугольник параллелограмм или трапеция?

Задачи для самостоятельного решения

1. Укажите геометрическое место таких точек M , лежащих внутри треугольника ABC , что $S_{ACM} + S_{BCM} = S_{ABM}$.
2. Постройте прямую, проходящую через заданную точку, лежащую на стороне треугольника, которая разбивает данный треугольник на две равновеликие части.
3. Укажите геометрическое место таких точек M , лежащих в плоскости треугольника ABC , что: а) $S_{ACM} = S_{BCM}$; б) $S_{ACM} = S_{BCM} = S_{ABM}$.
4. Внутри данного треугольника ABC постройте точку M так, чтобы $S_{AMB} : S_{BMC} : S_{CMA} = 3 : 2 : 1$.
5. Внутри параллелограмма $ABCD$ дана точка P . На границе параллелограмма постройте точку Q так, чтобы ломаная APQ разбивала его на две равновеликие части.
6. а) Внутри выпуклого четырехугольника $ABCD$ укажите какую-нибудь точку M так, чтобы ломаная AMC разбивала его на две равновеликие части.
б) Через вершину выпуклого четырехугольника проведите прямую, разбивающую его на две равновеликие части.
в) Выпуклая фигура ограничена углом ABC и дугой AC (см. рисунок). Постройте прямую разбивающую ее на две равновеликие части.
7. а) Внутри трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC найдите множество точек M таких, что $S_{ADM} + S_{BCM} = 0,5S_{ABCD}$.
б) Внутри выпуклого четырехугольника $ABCD$ найдите множество точек M таких, что $S_{ABM} + S_{CDM} = S_{ADM} + S_{BCM}$.
8. а) Докажите, что любая прямая, делящая пополам площадь и периметр треугольника; проходит через центр его вписанной окружности.
б)* Объясните, как построить такую прямую.
9. Некоторая кривая Γ делит квадрат на две части равной площади. Существуют ли такие две точки A и B на этой кривой, что прямая AB проходит через центр O квадрата?

