

«Признаки» параллелограмма, прямоугольника и трапеции

На этом занятии вам будет предложено ряд утверждений, которые могут служить признаками параллелограмма, прямоугольника или трапеции, но только в случае, если они окажутся верными. Поэтому каждое из утверждений вы либо доказываете, либо приводите контрпример. Одну из задач я уже вам давал, но ее решили немногие. Если для кого-то из вас эти задачи окажутся слишком простыми, то у нас найдется что еще порешать.

Задачи для самостоятельного решения

1. Дан выпуклый четырехугольник $ABCD$, диагонали которого пересекаются в точке O . Обязательно ли он является параллелограммом, если:
 - а) $BC \parallel AD$, $AB = CD$; б) $BC \parallel AD$, $\angle B = \angle D$; в) $BC \parallel AD$, $BO = DO$; г) $AB = CD$, $\angle A = \angle C$;
 - д) $\angle A = \angle C$, $AO = CO$; е) $\angle A = \angle C$, $BO = DO$; ж) $AB = CD$, $AO = CO$?
2. Дан выпуклый четырехугольник $ABCD$. Обязательно ли он является прямоугольником, если:
 - а) $AB = CD$, $AC = BD$, $\angle A = \angle D$; $\angle B = \angle C$; б) $\angle ABD = \angle CDB = 60^\circ$, $\angle BCA = \angle CAD = 30^\circ$;
 - в) в нем есть два прямых угла, две пары равных сторон, одна из диагоналей делится пополам точкой пересечения и около него можно описать окружность?
3. Дан выпуклый четырехугольник $ABCD$.
 - а) Является ли он трапецией, если точка пересечения прямых AB и CD лежит на прямой, проходящей через середины сторон BC и AD ?
 - б) Является ли он трапецией или параллелограммом, если точка пересечения диагоналей AC и BD лежит на отрезке, соединяющем середины сторон BC и AD ?
 - в) Является ли он трапецией или параллелограммом, если отрезок EF , параллельный BC и проходящий через точку O пересечения диагоналей делится этой точкой пополам (E и F лежат на сторонах AB и CD)?
4. Точки M и N – середины сторон AB и CD соответственно четырехугольника $ABCD$. Известно, что $BC \parallel AD$ и $AN = CM$. Обязательно ли $ABCD$ – параллелограмм?