

Дополнительные построения_1

Залогом успешного решения многих геометрических задач является умение находить дополнительные построения. На предыдущем занятии по теме «Вспомогательные окружности» вы учились находить дополнительное построение в виде какой-либо окружности. На этом занятии мы займемся другими дополнительными построениями и окружности вам практически не понадобятся (хотя вы можете их использовать).

Некоторые дополнительные построения являются типовыми, например, медиану треугольника часто бывает полезно продлить на ее длину, а биссектрису продлить до пересечения с описанной окружностью. В некоторых случаях имеет смысл отложить отрезок или угол, равный данному, в другом месте чертежа, особенно, когда в условии задачи фигурирует сумма или разность отрезков, либо углов (метод «спрямления»). Эти построения так или иначе уже встречались на предыдущих занятиях, в частности при решении задач на построение. Такие же методы «работают» и при решении задач на вычисление и доказательство. Иногда нужно придумать другие дополнительные построения, близкие к уже перечисленным.

Задачи для самостоятельного решения

1. В треугольнике ABC медиана, проведённая из вершины A к стороне BC , в четыре раза меньше стороны AB и образует с ней угол 60° . Найдите угол BAC .
2. Отрезки AB , BC и CD являются хордами одной окружности. Точки M , K и P – их середины соответственно. Известно, что $\angle CKP = \alpha$, $\angle PCK = \beta$. Найдите $\angle KMB$.
3. В квадрате $ABCD$ со стороной 1 точка F – середина стороны BC , E – основание перпендикуляра, опущенного из вершины A на DF . Найдите длину BE .
4. Пусть $ABCD$ – трапеция, в которой углы A и B – прямые, $AB = AD$, $CD = BC + AD$, $BC < AD$. Докажите, что угол ADC в два раза больше угла ABE , где E – середина AD .
5. В треугольнике ABC : $\angle A = 40^\circ$, $\angle B = 20^\circ$, разность сторон $AB - BC = 4$. Найдите длину биссектрисы, проведенной из вершины C .
6. На стороне AC равностороннего треугольника ABC отмечена точка M , а на продолжении стороны BC за вершину C отмечена точка N так, что $BM = MN$. Докажите, что $AM = CN$.
7. В прямоугольном треугольнике ABC угол C – прямой. Точки D и E расположены на гипотенузе AB так, что $BD = BC$ и $AE = AC$. Из точки D провели перпендикуляр DG на катет AC , а из точки E – перпендикуляр EF на катет BC . Докажите, что $DE = EF + DG$.
8. Угол BAC треугольника ABC равен 120° . На биссектрисе этого угла отмечена точка D так, что $AD = AB + AC$. Найдите углы треугольника BDC .
9. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = AC$) провели биссектрису BD . Оказалось, что $BC = BD + AD$. Найдите угол BAC .
10. В треугольнике ABC отмечены середины сторон AC и BC – точки M и N соответственно. Угол MAN равен 15° , а угол BAN равен 45° . Найдите угол ABM .