

Примеры и контрпримеры_1

Все задачи этого занятия содержат вопросы вида: «Существует ли ...», «Можно ли ...», «Верно ли ...», и так далее. Для их решения вы должны привести ответ и пример (если ответ: «да»), либо ответ и контрпример (если ответ: «нет»). В некоторых случаях еще надо пояснить, почему созданная вами конструкция действительно существует и удовлетворяет условию задачи. Возможно, что мы не угадали со сложностью задач и они расположены не по возрастанию сложности, поэтому решайте их в том порядке, в каком хочется.

Задачи для самостоятельного решения

1. Существует ли шестиугольник, который одним прямолинейным разрезом можно разбить на 4 равных треугольника?
2. Можно ли разрезать неравносторонний треугольник на две части так, чтобы из этих частей можно было сложить трапецию, у которой две стороны данного треугольника являются: а) основаниями; б) боковыми сторонами?
3. На листке бумаги нарисовали 4 квадрата, размеры всех квадратов различаются. Все вершины этих квадратов отметили. Могло ли оказаться так, что отмечено меньше, чем 10 точек?
4. Существуют ли два многоугольника, у которых все вершины общие, но нет ни одной общей стороны?
5. Существует ли пятиугольник, который одним прямолинейным разрезом можно разбить на три части так, что из двух частей можно будет сложить третью?
6. Треугольник разбили на пять треугольников, ему подобных. Может ли исходный треугольник быть отличным от прямоугольного?
7. На плоскости нарисованы красные и синие квадраты, причем множество точек, являющихся вершинами синих квадратов, совпадает со множеством точек, являющихся вершинами красных. Верно ли, что какие-то два квадрата обязательно совпадают?
8. Существует ли равнобедренный треугольник, который можно разбить на три треугольника так, чтобы из любых двух можно было опять сложить равнобедренный треугольник?
9. Незнайка нарисовал внутри пятиугольника $ABCDE$ пятиконечную звезду $KLMNP$ так, что продолжения сторон звезды попадают в середины сторон пятиугольника (см. рисунок). Для ещё большей гармонии Незнайке хотелось бы нарисовать аналогичную картинку так, чтобы стороны звезды лежали на серединных перпендикулярах к сторонам пятиугольника $ABCDE$. Возможно ли это сделать, сохранив конфигурацию?
10. Барон Мюнхгаузен заявил, что способен разрезать правильную пятиконечную звезду на две части и сложить из них многоугольник, который имеет центр симметрии (не переворачивая при этом части). Могут ли слова барона быть правдой?

