

Серия 30. Рекуррентные сюжеты

- Найдите явную формулу для a_n , если
 - $a_n = a_{n-1} + 12a_{n-2}$; $a_0 = 3$, $a_1 = 5$.
 - $a_n = 3a_{n-1} - 4a_{n-3}$; $a_0 = 4$, $a_1 = 7$, $a_2 = 21$.
 - Последовательность Фибоначчи $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$; $F_0 = 0$, $F_1 = 1$.
- Найдите линейную рекуррентную формулу для последовательности $a_n = n^2$.
- Сколькими способами можно представить число n в виде суммы положительных нечётных слагаемых? (Представления, различающиеся порядком слагаемых, считаются различными.)
- Обозначим через B_n число способов разбить прямоугольную доску размера
 - $2 \times n$
 - $3 \times 2n$на доминошки 1×2 . Выразите B_n через B_{n-1} и B_{n-2} .
- Лягушка сидит в левой клетке прямоугольника 1×4 . За один ход она может прыгнуть в соседнюю клетку. Сколько у неё есть маршрутов длины n ?
- Лягушка прыгает по вершинам треугольника ABC , перемещаясь каждый раз в одну из соседних вершин. Сколькими способами она может попасть из A в A за 10 прыжков?
- 55 боксёров участвовали в турнире по системе «проигравший выбывает». Бои шли последовательно. Известно, что у участников каждого боя число предыдущих побед отличалось не более чем на 1. Какое наибольшее число боёв мог провести победитель турнира?
- Археолог нашёл n золотых монет. Из старых текстов он выяснил, что одна из них фальшивая и она легче подлинных. В распоряжении археолога есть только платные весы. Если одна чаша перевешивает другую, то археолог должен будет заплатить 1 фунт и 2 фунта в случае равновесия. При каком наибольшем n можно найти фальшивую монету, заплатив не более 10 фунтов?
- Археолог нашёл k золотых монет. Из старых текстов он выяснил, что одна из них фальшивая и она легче подлинных. В распоряжении археолога есть только платные весы. Если левая чаша перевесит, то надо заплатить 2 фунта, а при любом другом исходе — 1 фунт. При каком наибольшем k можно найти фальшивую монету, заплатив не более 10 фунтов?