Игры

1. На столе лежит 300 монет. За ход разрешается забрать не более половины имеющихся монет. Проигрывает тот, кто не может забрать хотя бы одну монету. Кто выиграет при правильной игре?

2. Двое ребят играют в такую игру. Первый называет число от 2 до 9, второй умножает его на любое число от 2 до 9, первый умножает результат на любое число от 2 до 9 и т.д. Выигрывает тот, у кого впервые получилось число, большее 1000. Кто выиграет при правильной игре?

3. Дана доска 2018×2019. Два игрока ходят по очереди. Ход состоит в том, чтобы закрасить некоторую связную фигурку из 9 клеток. Запрещено закрашивать клетки повторно. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет при правильной игре: начинающий или его соперник? (Фигура из клеток называется связной, если из любой её клетки можно добраться до любой другой, не покидая фигуры и перемещаясь между соседними по стороне клетками).

4. В двух кучках n и k камней соответственно. За ход разрешается взять либо несколько камней из одной кучки, либо поровну из обеих кучек. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. При каких n и k, не превосходящих 15, у первого игрока нет выигрышной стратегии?

5. Дана полоска 1×2019. Двое по очереди закрашивают доминошки. Но один раз за игру один из них может закрасить конечную клетку, если она ещё не закрашена (другой игрок после этого не может сделать такой ход). Кто выигрывает при правильной игре?

6. Игра начинается с числа 1000. За ход разрешается вычесть из имеющегося числа любое, не превосходящее его, натуральное число, являющееся степенью двойки ($1 = 2^0$). Выигрывает тот, кто получит ноль.

7. У дракона есть 2018! золотых монет. Два хоббита по очереди воруют у дракона по p^n монет, где p — простое число, а $n = 1, 2, \ldots$ (например, первый берет 9 монет, второй 7, первый 64 и т.д.). Того, кто не может ничего украсть, съедает дракон. Может ли кто-нибудь из хоббитов гарантировать своё выживание?

8. Двое играют в следующую игру. Есть последовательность из n крестиков и ноликов. За один ход разрешается взять любые k ($k = 1, \ldots, n$) подряд идущих знака таких, что эта последовательность начинается с крестика, а все остальные знаки в ней - нолики(допускается последовательность из одного крестика), и инвертировать её (заменить крестик на нолик и нолики на крестики. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре (в зависимости от начальной позиции)?