

Отрезки касательных

- Окружность касается стороны BC треугольника ABC в точке M , а продолжений сторон AB и AC в точках N и P соответственно. Вписанная в этот треугольник окружность касается стороны BC в точке K , а стороны AB в точке L . Докажите, что
 - отрезок AN равен полупериметру треугольника ABC ;
 - $BK = CM$;
 - $NL = BC$.
- Лучи AB и DC четырехугольника пересекаются в точке P , лучи BC и AD — в точке Q . Докажите, что если в четырехугольник $ABCD$ можно вписать окружность, то
 - $AB + CD = AD + BC$;
 - $PC + AQ = QC + AP$;
 - $PD + DQ = PB + BQ$.
- Через вершину A треугольника ABC провели прямую ℓ , не пересекающую внутренность треугольника. Построены две окружности, касающиеся прямой ℓ и продолжений стороны BC : одна из них, кроме этого, касается стороны AB , а вторая — AC . Докажите, что расстояние между точками касания окружностей с прямой ℓ фиксировано при фиксированном треугольнике ABC (т. е. не зависит от прямой ℓ).
- Дан параллелограмм $ABCD$. Внеписанная окружность треугольника ABD касается продолжений сторон AD и AB в точках M и N . Докажите, что точки пересечения отрезка MN с BC и CD лежат на вписанной окружности треугольника BCD .
- Даны непересекающиеся окружности S_1 и S_2 и их общие внешние касательные l_1 и l_2 . На l_1 между точками касания отметили точку A , а на l_2 — точки B и C так, что AB и AC — касательные к S_1 и S_2 . Пусть O_1 и O_2 — центры окружностей S_1 и S_2 , а K — точка касания внеписанной окружности треугольника ABC со стороной BC . Докажите, что середина отрезка O_1O_2 равноудалена от точек A и K .
- На стороне BC треугольника ABC выбрана точка D . В треугольники ABD и ACD вписаны окружности с центрами O_1 и O_2 . Точка A_1 — точка касания вписанной окружности со стороной BC . Докажите, что точки O_1, O_2, D и A_1 лежат на одной окружности.

Письменная домашняя задача. Сдать 5 ноября.

- Дана равнобокая трапеция $ABCD$ с основаниями BC и AD . В треугольники ABC и ABD вписаны окружности с центрами I_1 и I_2 . Докажите, что прямая I_1I_2 перпендикулярна BC .