

Серия 16. Информационные задачи

1. Фокусник кладет перед зрителем колоду из n карт, и просит его посмотреть и запомнить одну карту. После этого фокусник раскладывает все карты в 6 стопок, и просит зрителя сказать, в какой из них лежит загаданная карта. Затем фокусник тасует карты, опять раскладывает их в 6 стопок, и просит зрителя назвать ту из стопок, в которой на этот раз лежит задуманная карта. Едва услышав ответ, фокусник сразу вытаскивает загаданную карту из стопки. Для какого наибольшего n можно с успехом показывать такой фокус?
2. Петя задумал одно из ребер полного графа на 20 вершинах. Изначально все ребра покрашены в красный цвет. У Васи есть красная, синяя и зелёная краски. За один ход Вася может перекрасить любые ребра и спросить Петю, какого цвета задуманное ребро. За какое количество вопросов Вася сможет наверняка узнать задуманное ребро?
3. Есть 100 гирек различных весов. За одну операцию можно найти суммарный вес любых двух выбранных гирек. За какое минимальное число операций удастся узнать вес каждой из гирек?
4. (а) Имеется четыре пакета попарно разной массы и чашечные весы без гирь. За какое наименьшее число взвешиваний можно расположить пакеты в порядке возрастания массы? (б) Тот же вопрос, если пакетов пять.
5. Есть (а) 10 шаров; (б) 11 шаров, из них два радиоактивны. Про любое множество шаров можно за одну операцию узнать, есть ли среди них хотя бы один радиоактивный (но нельзя узнать, сколько). За какое наименьшее число операций можно найти оба радиоактивных шара?
6. Фокуснику завязывают глаза, а зритель кладет в ряд N одинаковых монет, сам выбирая, какие – орлом вверх, а какие – решкой. Ассистент фокусника просит зрителя написать на листе бумаги любое целое число от 1 до N и показать его всем присутствующим. Увидев число, ассистент указывает зрителю на одну из монет ряда и просит перевернуть её. Затем фокуснику развязывают глаза, он смотрит на ряд монет и отгадывает написанное зрителем число.
(а) Существует ли у фокусника с ассистентом способ, позволяющий фокуснику гарантированно отгадывать число для $N = 3$?
(б) Существует ли у фокусника с ассистентом способ, позволяющий фокуснику гарантированно отгадывать число для $N = 4$?
(в) Докажите, что если у фокусника с ассистентом существует такой способ для $N = k$, то существует способ и для $N = 2k$.
(г) Найдите все N , для которых у фокусника с ассистентом существует такой способ.