

## Разной "Существует ли?"

1. Существует ли многочлен (с вещественными коэффициентами) степени 2019, удовлетворяющий равенству  $P(x) + P(1 - x) = 1$ ?
2. Существует ли выпуклая фигура, которой нельзя покрыть полукруг, но двумя копиями которой можно покрыть весь круг?
3. Можно ли так разбить квадрат со стороной 1 на прямоугольники (со сторонами, параллельными сторонам квадрата) и отметить в каждом из прямоугольников одну сторону так, чтобы сумма длин отмеченных сторон была меньше 1?
4. Назовем красными числа вида  $\sqrt{a + b\sqrt{2}}$ , где  $a$  и  $b$  – ненулевые целые числа. Назовем зелеными числа вида  $\sqrt{c + d\sqrt{7}}$ , где  $c$  и  $d$  – ненулевые целые числа. Может ли зелёное число равняться сумме нескольких красных?
5. На лугу, имеющем форму квадрата, имеется круглая лунка. По лугу прыгает точечный кузнечик. Перед каждым прыжком он выбирает вершину и прыгает по направлению к ней. Длина прыжка равна половине расстояния до этой вершины. Всегда ли кузнечик сможет попасть в лунку?
6. Существует ли такая возрастающая последовательность  $\{a_n\}$  из натуральных чисел, что для любых  $i, j$  любой простой делитель суммы  $a_i + a_j$  меньше миллиона?