Алгоритмы с оценками (и не только)

1. В ряд в каком-то порядке сидят 100 тараканов, все разного размера. Разрешается делать операции двух видов: 1) Поменять местами первого и последнего тараканов в ряду. 2) Переставить первого таракана в конец ряда. Докажите, что такими операциями всегда можно расставить тараканов в порядке возрастания их размера.

2. По кругу сидят n тараканов, все разного размера. За один ход разрешается переместить одного таракана в любое другое место в круге. За какое наименьшее число ходов вне зависимости от начального положения удастся выстроить тараканов в порядке возрастания размера по часовой стрелке?

3. Круг разбит на 2016 секторов, пронумерованных числами 1, 2, . . . , 2016 по часовой стрелке. В каждом секторе изначально сидит один таракан. За ход разрешается делать одну из двух операций: 1) переместить всех тараканов из сектора с номером 1 в сектор с номером 2; 2) переместить вообще всех тараканов в круге в следующий по часовой стрелке сектор.
(a) Все тараканы собрались в одном секторе. Какое наименьшее число операций вида 2) могло быть сделано?
(b) За какое минимальное число действий можно всех тараканов собрать в одном секторе?

4. На бесконечной доске находится невидимый король и N неуязвимых ладей (король не может съесть ладью). Изначальное положение короля не известно. Если королю ставят мат, происходит Бум. При каком наименьшем N можно гарантированно сделать Бум? (В случае пата король пропускает ход, ладьи при этом не узнают, что был пат.)

5. **(a)** У обезьяны есть два кокоса. Она находится в 200-этажном здании и *очень* хочет узнать, при падении с какого минимального этажа кокос разбивается. Она умеет бросать кокос с любого этажа, и, если кокос выжил, подбирать его. За какое минимальное число бросков она сможет удовлетворить свою жажду знания?
(b) Тот же вопрос, если кокосов четыре.

6. Остров представляет собой три отрезка длины l, имеющих общий конец. На острове живет абориген. Однажды к нему приплыл людоед, который бегает в два раза быстрее, чем абориген. Людоед близорук и видит аборигена, только если тот находится от него на расстоянии не более 1 (расстояние = длина пути от аборигена до людоеда по отрезкам). Абориген обладает отличным зрением и всегда видит людоеда. Докажите, что людоед сможет отобедать аборигеном, если **(a)** $l = 3$; **(b)** $l = 4,999$; **(c)** $l = 6,999$.

7. В колоде лежат как попало (картинкой вверх или вниз) 52 карты. За одну операцию разрешается взять кусок из нескольких карт вверху колоды, перевернуть его и снова положить сверху. За какое минимальное число операций вне зависимости от начального расположения можно всю колоду сделать картинкой вверх?

8. Карточки с номерами от 1 n до лежат в колоде по порядку. За одну операцию можно взять стопку из нескольких подряд лежащих карточек в любом месте колоды и засунуть эту стопку в любое другое место колоды (переворачивать нельзя). Требуется получить колоду карточек в обратном порядке.
(a) Покажите, как за три операции разобраться с пятью карточками.
(b) Докажите, что за $[n/2] + 1$ операцию можно добиться нужного расположения.
(c) Докажите, что за меньшее число операций нельзя.