

Серия 35'. Раскраски графов, доп. задачи

1. На плоскости проведено несколько прямых, никакие три из которых не проходят через одну точку. Докажите, что точки их пересечения можно покрасить в три цвета так, что на каждой прямой любые две соседние точки будут разного цвета.
2. В стране некоторые пары городов соединены дорогами. Известно, что нет трех городов, попарно соединенных дорогами. Кроме того, для любых k дорог найдется город, из которого выходит хотя бы две из них. Докажите, что города можно разбить на k округов так, чтобы любая дорога соединяла города из различных округов.
3. Рассмотрим граф, в котором вершинами являются двухэлементные подмножества множества $\{1, 2, 3, \dots, n\}$, а рёбрами соединены подмножества, не имеющие общих элементов. Найдите хроматическое число этого графа.
4. Граф G не содержит подграфа K_4 и степень каждой вершины графа G не превосходит 7. Докажите, что вершины графа G можно раскрасить в 6 цветов правильным образом.