

1. а) Внутри правильного треугольника со стороной 1 расположено 5 точек. Докажите, что расстояние между какими-то двумя из них не больше $0,5$.

б) На поверхности правильного тетраэдра с ребром 1 отмечены 9 точек. Докажите, что расстояние между какими-то двумя из них не больше $0,5$.

2. На плоскости даны треугольник ABC и 10 прямых, среди которых нет параллельных друг другу. Оказалось, что каждая из прямых равноудалена от каких-то двух вершин треугольника ABC . Докажите, что хотя бы три из этих прямых пересекаются в одной точке.

3. Плоскость произвольно окрашена в два цвета. Докажите, что найдется отрезок, середина и концы которого одинаково раскрашены.

4. 16 учеников пишут контрольную работу в 3 вариантах. Их стулья стоят в виде квадрата 4×4 . Будем называть пару учеников *подозрительной*, если они сидят на соседних (по вертикали, горизонтали или диагонали) местах и пишут один и тот же вариант. Найдите наименьшее возможное количество подозрительных пар.

5. Каждая точка плоскости, имеющая целочисленные координаты, раскрашена в один из n цветов. Докажите, что найдётся прямоугольник с вершинами в точках одного цвета.

6. Внутри квадрата со стороной 1 расположены несколько кругов с суммой радиусов $0,51$. Докажите, что найдётся прямая, которая параллельна одной из сторон квадрата и пересекает хотя бы 2 круга.

7. На шахматной доске отметили 17 клеток. Докажите, что из них можно выбрать две так, что коню для попадания с одной из них на другую нужно не менее трёх ходов.

8. Фрекен Бок испекла квадратный торт размером 3×3 . Карлсон вырезал себе из него четыре квадратных куса размером 1×1 со сторонами, параллельными сторонам торта (не обязательно по линиям сетки 3×3). После этого Малыш вырезает себе из оставшейся части торта квадратный кусок со сторонами, также параллельными сторонам торта. На какой наибольший кусок торта гарантированно может рассчитывать Малыш?

9. Известно, что в кадр фотоаппарата, расположенного в точке O , не могут попасть предметы A и B такие, что угол AOB больше 179° . На плоскости поставлено 1000 таких фотоаппаратов. Одновременно каждым фотоаппаратом делают по одному снимку. Доказать, что найдётся снимок, на котором сфотографировано не больше 998 фотоаппаратов.

1. а) Внутри правильного треугольника со стороной 1 расположено 5 точек. Докажите, что расстояние между какими-то двумя из них не больше $0,5$.

б) На поверхности правильного тетраэдра с ребром 1 отмечены 9 точек. Докажите, что расстояние между какими-то двумя из них не больше $0,5$.

2. На плоскости даны треугольник ABC и 10 прямых, среди которых нет параллельных друг другу. Оказалось, что каждая из прямых равноудалена от каких-то двух вершин треугольника ABC . Докажите, что хотя бы три из этих прямых пересекаются в одной точке.

3. Плоскость произвольно окрашена в два цвета. Докажите, что найдется отрезок, середина и концы которого одинаково раскрашены.

4. 16 учеников пишут контрольную работу в 3 вариантах. Их стулья стоят в виде квадрата 4×4 . Будем называть пару учеников *подозрительной*, если они сидят на соседних (по вертикали, горизонтали или диагонали) местах и пишут один и тот же вариант. Найдите наименьшее возможное количество подозрительных пар.

5. Каждая точка плоскости, имеющая целочисленные координаты, раскрашена в один из n цветов. Докажите, что найдётся прямоугольник с вершинами в точках одного цвета.

6. Внутри квадрата со стороной 1 расположены несколько кругов с суммой радиусов $0,51$. Докажите, что найдётся прямая, которая параллельна одной из сторон квадрата и пересекает хотя бы 2 круга.

7. На шахматной доске отметили 17 клеток. Докажите, что из них можно выбрать две так, что коню для попадания с одной из них на другую нужно не менее трёх ходов.

8. Фрекен Бок испекла квадратный торт размером 3×3 . Карлсон вырезал себе из него четыре квадратных куса размером 1×1 со сторонами, параллельными сторонам торта (не обязательно по линиям сетки 3×3). После этого Малыш вырезает себе из оставшейся части торта квадратный кусок со сторонами, также параллельными сторонам торта. На какой наибольший кусок торта гарантированно может рассчитывать Малыш?

9. Известно, что в кадр фотоаппарата, расположенного в точке O , не могут попасть предметы A и B такие, что угол AOB больше 179° . На плоскости поставлено 1000 таких фотоаппаратов. Одновременно каждым фотоаппаратом делают по одному снимку. Доказать, что найдётся снимок, на котором сфотографировано не больше 998 фотоаппаратов.