8 класс — **Игры** — 13 апреля 2019

1. На доске записано число 1. Двое по очереди дописывают на доску новые числа. Если уже записано число n, то можно дописать число $n+1$ или $2n$. При этом запрещается выписывать числа повторно. Выигрывает игрок, записавший число не меньше 1000. Кто выиграет при правильной игре?

2. На столе лежит 300 монет. Два игрока ходят по очереди. За ход разрешается забрать не более половины имеющихся на столе монет. Проигрывает тот, кто не может забрать хотя бы одну монету. Кто выиграет при правильной игре?

3. Дана клетчатая доска размерами $m \times n$. За ход разрешается вычеркнуть любую горизонталь или любую вертикаль, если в ней к моменту хода есть хотя бы одна невычеркнутая клетка. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет при правильной игре?

4. *Уголком* размера $n\times\ m$, где $n, m \geqslant 2$, называется фигура, получаемая из прямоугольника размера $n\times\ m$ клеток удалением прямоугольника размера $(n-1)\times\ (m-1)$ клеток. Два игрока по очереди делают ходы, заключающиеся в закрашивании в уголке произвольного ненулевого количества клеток, образующих прямоугольник или квадрат. Пропускать ход или красить одну клетку дважды нельзя. Проигрывает тот, после чьего хода все клетки уголка окажутся окрашенными. Кто из игроков победит при правильной игре?

5. Дана доска 2018×2019. Два игрока ходят по очереди. Ход состоит в том, чтобы закрасить некоторую связную фигурку из 9 клеток. Запрещено закрашивать клетки повторно. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет при правильной игре? (Клетчатая фигура называется *связной*, если из любой её клетки можно добраться до любой другой, перемещаясь между соседними по стороне клетками фигуры.)

6. Играют двое. Они по очереди пишут на доске делители числа $100!$, отличные от 1 (без повторений). Проигрывает тот игрок, после хода которого числа на доске окажутся взаимно просты в совокупности. Кто выигрывает при правильной игре?

7. Есть шоколадка в форме равностороннего треугольника со стороной $n > 1$, разделенная бороздками на равносторонние треугольники со стороной 1. Играют двое. За ход можно отломать от шоколадки треугольный кусок вдоль бороздки, съесть его, а остаток передать противнику. Тот, кто получит от соперника последний кусок — треугольник со стороной 1, — победитель. Если кто-то из игроков не может сделать ход, то он проиграл. Для каждого n выясните, кто из играющих может всегда выигрывать.

8. Две компании A и B получили право освещать столицу международной шахматной мысли НьюВасюки, представляющую собой прямоугольную сетку улиц. Они по очереди ставят на неосвещенный перекресток прожектор, который освещает весь северо-восточный угол города (от нуля до 90°). Премию О. Бендера получит компания, которой на своем ходе нечего будет освещать. Кто выиграет при правильной игре?

8 класс — **Игры** — 13 апреля 2019

1. На доске записано число 1. Двое по очереди дописывают на доску новые числа. Если уже записано число n, то можно дописать число $n+1$ или $2n$. При этом запрещается выписывать числа повторно. Выигрывает игрок, записавший число не меньше 1000. Кто выиграет при правильной игре?

2. На столе лежит 300 монет. Два игрока ходят по очереди. За ход разрешается забрать не более половины имеющихся на столе монет. Проигрывает тот, кто не может забрать хотя бы одну монету. Кто выиграет при правильной игре?

3. Дана клетчатая доска размерами $m \times n$. За ход разрешается вычеркнуть любую горизонталь или любую вертикаль, если в ней к моменту хода есть хотя бы одна невычеркнутая клетка. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет при правильной игре?

4. *Уголком* размера $n\times\ m$, где $n, m \geqslant 2$, называется фигура, получаемая из прямоугольника размера $n\times\ m$ клеток удалением прямоугольника размера $(n-1)\times\ (m-1)$ клеток. Два игрока по очереди делают ходы, заключающиеся в закрашивании в уголке произвольного ненулевого количества клеток, образующих прямоугольник или квадрат. Пропускать ход или красить одну клетку дважды нельзя. Проигрывает тот, после чьего хода все клетки уголка окажутся окрашенными. Кто из игроков победит при правильной игре?

5. Дана доска 2018×2019. Два игрока ходят по очереди. Ход состоит в том, чтобы закрасить некоторую связную фигурку из 9 клеток. Запрещено закрашивать клетки повторно. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет при правильной игре? (Клетчатая фигура называется *связной*, если из любой её клетки можно добраться до любой другой, перемещаясь между соседними по стороне клетками фигуры.)

6. Играют двое. Они по очереди пишут на доске делители числа $100!$, отличные от 1 (без повторений). Проигрывает тот игрок, после хода которого числа на доске окажутся взаимно просты в совокупности. Кто выигрывает при правильной игре?

7. Есть шоколадка в форме равностороннего треугольника со стороной $n > 1$, разделенная бороздками на равносторонние треугольники со стороной 1. Играют двое. За ход можно отломать от шоколадки треугольный кусок вдоль бороздки, съесть его, а остаток передать противнику. Тот, кто получит от соперника последний кусок — треугольник со стороной 1, — победитель. Если кто-то из игроков не может сделать ход, то он проиграл. Для каждого n выясните, кто из играющих может всегда выигрывать.

8. Две компании A и B получили право освещать столицу международной шахматной мысли НьюВасюки, представляющую собой прямоугольную сетку улиц. Они по очереди ставят на неосвещенный перекресток прожектор, который освещает весь северо-восточный угол города (от нуля до 90°). Премию О. Бендера получит компания, которой на своем ходе нечего будет освещать. Кто выиграет при правильной игре?