8 класс **Последовательности** 6 апреля 2019

1. Может ли в бесконечной последовательности каждое натуральное число встречаться бесконечное количество раз?

2. В бесконечной последовательности для каждого её члена существует число k такое, что все члены последовательности, начиная с этого члена, с шагом k, равны. Обязательно ли эта последовательность периодическая?

3. Последовательность чисел $\{x_n\}$ определяется условиями $x_1 = 2019$, $x_2 = 257$, $x_{n+2} = \frac{x_n x_{n+1} - 1}{x_{n+1}}$. Найдите наименьшее k, при котором $x_k = 0$.

4. Дана последовательность натуральных чисел $a_n = (n+1) \cdot 2^n$ при всех натуральных n. Какое наибольшее количество подряд идущих элементов этой последовательности могут быть точными квадратами?

5. Существует ли такая бесконечная последовательность натуральных чисел, что для любого натурального k сумма любых k идущих подряд членов этой последовательности делится на $k+1$?

6. На доску последовательно выписываются натуральные числа. Первое число выписано произвольно, и каждое выписанное не может быть представлено в виде суммы чисел, выписанных ранее (даже если использовать каждое ранее выписанное несколько раз). Может ли этот процесс продолжаться бесконечно?

7. Пусть S_n — количество представлений числа n в виде симметричной суммы с любым числом натуральных слагаемых (в том числе, с одним). Например, $S_4 = 4$, т.к. $4 = 1+1+1+1 = 1+2+1 = 2+2 = 4$. Найдите S_{1000}.

8. Докажите, что существует бесконечная возрастающая последовательность натуральных чисел $\{a_n\}$ такая, что при всех целых $k \geqslant 0$ последовательность $\{k+a_n\}$ содержит лишь конечное количество простых чисел.

8 класс **Последовательности** 6 апреля 2019

1. Может ли в бесконечной последовательности каждое натуральное число встречаться бесконечное количество раз?

2. В бесконечной последовательности для каждого её члена существует число k такое, что все члены последовательности, начиная с этого члена, с шагом k, равны. Обязательно ли эта последовательность периодическая?

3. Последовательность чисел $\{x_n\}$ определяется условиями $x_1 = 2019$, $x_2 = 257$, $x_{n+2} = \frac{x_n x_{n+1} - 1}{x_{n+1}}$. Найдите наименьшее k, при котором $x_k = 0$.

4. Дана последовательность натуральных чисел $a_n = (n+1) \cdot 2^n$ при всех натуральных n. Какое наибольшее количество подряд идущих элементов этой последовательности могут быть точными квадратами?

5. Существует ли такая бесконечная последовательность натуральных чисел, что для любого натурального k сумма любых k идущих подряд членов этой последовательности делится на $k+1$?

6. На доску последовательно выписываются натуральные числа. Первое число выписано произвольно, и каждое выписанное не может быть представлено в виде суммы чисел, выписанных ранее (даже если использовать каждое ранее выписанное несколько раз). Может ли этот процесс продолжаться бесконечно?

7. Пусть S_n — количество представлений числа n в виде симметричной суммы с любым числом натуральных слагаемых (в том числе, с одним). Например, $S_4 = 4$, т.к. $4 = 1+1+1+1 = 1+2+1 = 2+2 = 4$. Найдите S_{1000}.

8. Докажите, что существует бесконечная возрастающая последовательность натуральных чисел $\{a_n\}$ такая, что при всех целых $k \geqslant 0$ последовательность $\{k+a_n\}$ содержит лишь конечное количество простых чисел.