

1. На прозрачном листе бумаги отмечены три точки. Докажите, что лист можно согнуть по некоторой прямой так, чтобы эти точки оказались в вершинах равностороннего треугольника.

2. Точку внутри квадрата соединили с вершинами — получились четыре треугольника, один из которых равнобедренный с углами по 15° , прилежащими к стороне квадрата. Докажите, что противоположный ему треугольник — равносторонний.

3. В треугольнике ABC угол A равен 60° , а биссектриса угла A , медиана, проведённая из вершины B , и высота, проведённая из вершины C , пересекаются в одной точке. Найдите остальные углы треугольника.

4. На стороне BC равностороннего треугольника ABC отмечены точки K и L , а на стороне AC — точка M так, что $BK = KL = LC = AM$. Найдите сумму углов $\angle AKM + \angle ALM$.

5. Внутри ромба $ABCD$ выбрана точка N так, что треугольник BCN — равносторонний. Биссектриса BL треугольника ABN пересекает диагональ AC ромба в точке K . Докажите, что точки K , N и D лежат на одной прямой.

6. На сторонах AB , BC и AC равностороннего треугольника ABC выбраны точки K , M и N соответственно так, что угол MKB равен углу MNC , а угол KMB равен углу KNA . Докажите, что NB — биссектриса угла MNK .

7. Внутри равностороннего треугольника ABC отмечена точка M так, что $\angle AMC = 150^\circ$. Докажите, что отрезки AM , BM и CM таковы, что сумма квадратов двух из них равна квадрату третьего.

8. На боковых сторонах AB и AC равнобедренного треугольника ABC отметили соответственно точки K и L так, что $AK = CL$ и $\angle ALK + \angle LKB = 60^\circ$. Докажите, что $KL = BC$.

9. Двое играют в следующую игру. Первый ставит на плоскости красную точку, второй в ответ ставит 2018 синих точек. Затем первый опять ставит красную точку, второй ставит 2018 синих, и т.д. Запрещено ставить ранее отмеченные точки. Первый выигрывает, если какие-то три красные точки образуют правильный треугольник. Может ли второй ему помешать?

10. Один из углов треугольника равен 60° , а лежащая против него сторона составляет треть периметра. Докажите, что этот треугольник правильный.

1. На прозрачном листе бумаги отмечены три точки. Докажите, что лист можно согнуть по некоторой прямой так, чтобы эти точки оказались в вершинах равностороннего треугольника.

2. Точку внутри квадрата соединили с вершинами — получились четыре треугольника, один из которых равнобедренный с углами по 15° , прилежащими к стороне квадрата. Докажите, что противоположный ему треугольник — равносторонний.

3. В треугольнике ABC угол A равен 60° , а биссектриса угла A , медиана, проведённая из вершины B , и высота, проведённая из вершины C , пересекаются в одной точке. Найдите остальные углы треугольника.

4. На стороне BC равностороннего треугольника ABC отмечены точки K и L , а на стороне AC — точка M так, что $BK = KL = LC = AM$. Найдите сумму углов $\angle AKM + \angle ALM$.

5. Внутри ромба $ABCD$ выбрана точка N так, что треугольник BCN — равносторонний. Биссектриса BL треугольника ABN пересекает диагональ AC ромба в точке K . Докажите, что точки K , N и D лежат на одной прямой.

6. На сторонах AB , BC и AC равностороннего треугольника ABC выбраны точки K , M и N соответственно так, что угол MKB равен углу MNC , а угол KMB равен углу KNA . Докажите, что NB — биссектриса угла MNK .

7. Внутри равностороннего треугольника ABC отмечена точка M так, что $\angle AMC = 150^\circ$. Докажите, что отрезки AM , BM и CM таковы, что сумма квадратов двух из них равна квадрату третьего.

8. На боковых сторонах AB и AC равнобедренного треугольника ABC отметили соответственно точки K и L так, что $AK = CL$ и $\angle ALK + \angle LKB = 60^\circ$. Докажите, что $KL = BC$.

9. Двое играют в следующую игру. Первый ставит на плоскости красную точку, второй в ответ ставит 2018 синих точек. Затем первый опять ставит красную точку, второй ставит 2018 синих, и т.д. Запрещено ставить ранее отмеченные точки. Первый выигрывает, если какие-то три красные точки образуют правильный треугольник. Может ли второй ему помешать?

10. Один из углов треугольника равен 60° , а лежащая против него сторона составляет треть периметра. Докажите, что этот треугольник правильный.