

1. Верно ли, что в любом множестве натуральных чисел можно выбрать наименьшее? А в множестве действительных чисел?
2. Придумайте бесконечную последовательность натуральных чисел, в которой каждое число встречается бесконечно много раз.
3. Верно ли, что в ряду натуральных чисел найдётся сколь угодно много последовательных составных чисел? А бесконечно много последовательных составных чисел?
4. Бизнесмен заключил с чёртом соглашение: каждый день бизнесмен даёт чёрту одну купюру, а взамен получает любое число купюр, какое захочет, но меньшего достоинства. Докажите, что рано или поздно бизнесмен разорится. (Номиналов купюр всего конечное число; другого источника купюр у бизнесмена нет; взамен самой маленькой купюры он ничего не получает.)
5. Круг радиуса 1 км раскрашен в два цвета. Докажите, что найдутся две точки разного цвета на расстоянии 1 мм.
6. Докажите, что в десятичной записи  $\sqrt{2}$  бесконечно много раз
  - а) встречается какая-то цифра; б) встречаются какие-то две цифры.
7. Можно ли покрыть
  - а) прямую конечным числом кругов?
  - б) плоскость конечным числом полос? (Полоса — это часть плоскости между параллельными прямыми.)
8. Натуральные числа раскрасили в два цвета. Обязательно ли существует одноцветная бесконечная возрастающая *арифметическая прогрессия* (последовательность, в которой разность соседних членов всегда одна и та же)?
9. Для любого  $n$  сумма  $n$  первых членов некоторой последовательности больше  $n$ . Докажите, что в этой последовательности бесконечно много положительных чисел.
10. Докажите, что среди любых 11 бесконечных десятичных дробей можно выбрать две, совпадающие в бесконечном числе позиций.

1. Верно ли, что в любом множестве натуральных чисел можно выбрать наименьшее? А в множестве действительных чисел?
2. Придумайте бесконечную последовательность натуральных чисел, в которой каждое число встречается бесконечно много раз.
3. Верно ли, что в ряду натуральных чисел найдётся сколь угодно много последовательных составных чисел? А бесконечно много последовательных составных чисел?
4. Бизнесмен заключил с чёртом соглашение: каждый день бизнесмен даёт чёрту одну купюру, а взамен получает любое число купюр, какое захочет, но меньшего достоинства. Докажите, что рано или поздно бизнесмен разорится. (Номиналов купюр всего конечное число; другого источника купюр у бизнесмена нет; взамен самой маленькой купюры он ничего не получает.)
5. Круг радиуса 1 км раскрашен в два цвета. Докажите, что найдутся две точки разного цвета на расстоянии 1 мм.
6. Докажите, что в десятичной записи  $\sqrt{2}$  бесконечно много раз
  - а) встречается какая-то цифра; б) встречаются какие-то две цифры.
7. Можно ли покрыть
  - а) прямую конечным числом кругов?
  - б) плоскость конечным числом полос? (Полоса — это часть плоскости между параллельными прямыми.)
8. Натуральные числа раскрасили в два цвета. Обязательно ли существует одноцветная бесконечная возрастающая *арифметическая прогрессия* (последовательность, в которой разность соседних членов всегда одна и та же)?
9. Для любого  $n$  сумма  $n$  первых членов некоторой последовательности больше  $n$ . Докажите, что в этой последовательности бесконечно много положительных чисел.
10. Докажите, что среди любых 11 бесконечных десятичных дробей можно выбрать две, совпадающие в бесконечном числе позиций.