

1. а) Внутри правильного треугольника со стороной 1 расположено 5 точек. Докажите, что расстояние между какими-то двумя из них не больше 0,5.

б) На поверхности правильного тетраэдра с ребром 1 отмечены 9 точек. Докажите, что расстояние между какими-то двумя из них не больше 0,5.

2. Каждая точка плоскости, имеющая целочисленные координаты, раскрашена в один из n цветов. Докажите, что найдётся прямоугольник с вершинами в точках одного цвета.

3. Внутри квадрата со стороной 1 расположены несколько кругов с суммой радиусов 0,51. Докажите, что найдётся прямая, которая параллельна одной из сторон квадрата и пересекает хотя бы 2 круга.

4. Числа a, b, c, d лежат на отрезке $[0, 1]$. Докажите, что на этом же отрезке найдётся число x такое, что $\frac{1}{|x-a|} + \frac{1}{|x-b|} + \frac{1}{|x-c|} + \frac{1}{|x-d|} < 40$.

5. На шахматной доске отметили 17 клеток. Докажите, что из них можно выбрать две так, что коню для попадания с одной из них на другую нужно не менее трёх ходов.

6. Фрекен Бок испекла квадратный торт размером 3×3 . Карлсон вырезал себе из него четыре квадратных куса размером 1×1 со сторонами, параллельными сторонам торта (не обязательно по линиям сетки 3×3). После этого Малыш вырезает себе из оставшейся части торта квадратный кусок со сторонами, также параллельными сторонам торта. На какой наибольший кусок торта гарантированно может рассчитывать Малыш?

7. Известно, что в кадр фотоаппарата, расположенного в точке O , не могут попасть предметы A и B такие, что угол AOB больше 179° . На плоскости поставлено 1000 таких фотоаппаратов. Одновременно каждым фотоаппаратом делают по одному снимку. Доказать, что найдётся снимок, на котором сфотографировано не больше 998 фотоаппаратов.

8. Дан 101 прямоугольник с целыми сторонами, не превышающими 100. Докажите, что среди них найдутся три прямоугольника A, B, C , которые можно поместить друг в друга.

9. Каждая из девяти прямых разбивает квадрат на два четырёхугольника, площади которых относятся как 2 : 3. Докажите, что хотя бы три из этих прямых проходят через одну точку.

1. а) Внутри правильного треугольника со стороной 1 расположено 5 точек. Докажите, что расстояние между какими-то двумя из них не больше 0,5.

б) На поверхности правильного тетраэдра с ребром 1 отмечены 9 точек. Докажите, что расстояние между какими-то двумя из них не больше 0,5.

2. Каждая точка плоскости, имеющая целочисленные координаты, раскрашена в один из n цветов. Докажите, что найдётся прямоугольник с вершинами в точках одного цвета.

3. Внутри квадрата со стороной 1 расположены несколько кругов с суммой радиусов 0,51. Докажите, что найдётся прямая, которая параллельна одной из сторон квадрата и пересекает хотя бы 2 круга.

4. Числа a, b, c, d лежат на отрезке $[0, 1]$. Докажите, что на этом же отрезке найдётся число x такое, что $\frac{1}{|x-a|} + \frac{1}{|x-b|} + \frac{1}{|x-c|} + \frac{1}{|x-d|} < 40$.

5. На шахматной доске отметили 17 клеток. Докажите, что из них можно выбрать две так, что коню для попадания с одной из них на другую нужно не менее трёх ходов.

6. Фрекен Бок испекла квадратный торт размером 3×3 . Карлсон вырезал себе из него четыре квадратных куса размером 1×1 со сторонами, параллельными сторонам торта (не обязательно по линиям сетки 3×3). После этого Малыш вырезает себе из оставшейся части торта квадратный кусок со сторонами, также параллельными сторонам торта. На какой наибольший кусок торта гарантированно может рассчитывать Малыш?

7. Известно, что в кадр фотоаппарата, расположенного в точке O , не могут попасть предметы A и B такие, что угол AOB больше 179° . На плоскости поставлено 1000 таких фотоаппаратов. Одновременно каждым фотоаппаратом делают по одному снимку. Доказать, что найдётся снимок, на котором сфотографировано не больше 998 фотоаппаратов.

8. Дан 101 прямоугольник с целыми сторонами, не превышающими 100. Докажите, что среди них найдутся три прямоугольника A, B, C , которые можно поместить друг в друга.

9. Каждая из девяти прямых разбивает квадрат на два четырёхугольника, площади которых относятся как 2 : 3. Докажите, что хотя бы три из этих прямых проходят через одну точку.