8 класс **Игры** 13 апреля 2019

1. На столе лежит 300 монет. Два игрока ходят по очереди. За ход разрешается забрать не более половины имеющихся на столе монет. Проигрывает тот, кто не может забрать хотя бы одну монету. Кто выиграет при правильной игре?

2. *Уголком* размера $n\times m$, где $n, m \geqslant 2$, называется фигура, получаемая из прямоугольника размера $n\times m$ клеток удалением прямоугольника размера $(n-1)\times(m-1)$ клеток. Два игрока по очереди делают ходы, заключающиеся в закрашивании в уголке произвольного ненулевого количества клеток, образующих прямоугольник или квадрат. Пропускать ход или красить одну клетку дважды нельзя. Проигрывает тот, после чьего хода все клетки уголка окажутся окрашенными. Кто из игроков победит при правильной игре?

3. Дана доска 2018×2019. Два игрока ходят по очереди. Ход состоит в том, чтобы закрасить некоторую связную фигурку из 9 клеток. Запрещено закрашивать клетки повторно. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет при правильной игре? (Клетчатая фигура называется *связной*, если из любой её клетки можно добраться до любой другой, перемещаясь между соседними по стороне клетками фигуры.)

4. Играют двое. Они по очереди пишут на доске делители числа $100!$, отличные от 1 (без повторений). Проигрывает тот игрок, после хода которого числа на доске окажутся взаимно просты в совокупности. Кто выигрывает при правильной игре?

5. Есть шоколадка в форме равностороннего треугольника со стороной $n > 1$, разделенная бороздками на равносторонние треугольники со стороной 1. Играют двое. За ход можно отломать от шоколадки треугольный кусок вдоль бороздки, съесть его, а остаток передать противнику. Тот, кто получит от соперника последний кусок — треугольник со стороной 1, — победитель. Если кто-то из игроков не может сделать ход, то он проиграл. Для каждого n выясните, кто из играющих может всегда выигрывать.

6. Алиса и Базилио играют в игру: из мешка, первоначально содержащего 1331 монету, они по очереди берут монеты, причем первый ход делает Алиса и берет 1 монету, а далее при каждом следующем ходе игрок берет (по своему усмотрению) либо столько же монет, сколько взял другой игрок последним ходом, либо на одну больше. Проигрывает тот, кто не может сделать очередной ход по правилам. Кто из игроков может обеспечить себе выигрыш независимо от ходов другого?

7. На бесконечной плоскости расположены фишка-волк и 50 фишек-овец. Двое ходят по очереди: один игрок передвигает волка, а другой — одну из овец. И волк, и овцы передвигаются за один ход в любую сторону не более чем на один метр. Верно ли, что при любой первоначальной позиции волк поймает хотя бы одну овцу?

8. В каждой вертикали прямоугольной доски $m \times n$ стоят две фишки: белая и черная. За ход можно передвинуть любую свою фишку по вертикали на любое число клеток. При этом запрещается «перепрыгивать» через фишку противника и ходить в занятую клетку. Проигрывает игрок, который не может сделать ход. При каких начальных расстановках выигрывает первый игрок, а при каких второй?

8 класс **Игры** 13 апреля 2019

1. На столе лежит 300 монет. Два игрока ходят по очереди. За ход разрешается забрать не более половины имеющихся на столе монет. Проигрывает тот, кто не может забрать хотя бы одну монету. Кто выиграет при правильной игре?

2. *Уголком* размера $n\times m$, где $n, m \geqslant 2$, называется фигура, получаемая из прямоугольника размера $n\times m$ клеток удалением прямоугольника размера $(n-1)\times(m-1)$ клеток. Два игрока по очереди делают ходы, заключающиеся в закрашивании в уголке произвольного ненулевого количества клеток, образующих прямоугольник или квадрат. Пропускать ход или красить одну клетку дважды нельзя. Проигрывает тот, после чьего хода все клетки уголка окажутся окрашенными. Кто из игроков победит при правильной игре?

3. Дана доска 2018×2019. Два игрока ходят по очереди. Ход состоит в том, чтобы закрасить некоторую связную фигурку из 9 клеток. Запрещено закрашивать клетки повторно. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет при правильной игре? (Клетчатая фигура называется *связной*, если из любой её клетки можно добраться до любой другой, перемещаясь между соседними по стороне клетками фигуры.)

4. Играют двое. Они по очереди пишут на доске делители числа $100!$, отличные от 1 (без повторений). Проигрывает тот игрок, после хода которого числа на доске окажутся взаимно просты в совокупности. Кто выигрывает при правильной игре?

5. Есть шоколадка в форме равностороннего треугольника со стороной $n > 1$, разделенная бороздками на равносторонние треугольники со стороной 1. Играют двое. За ход можно отломать от шоколадки треугольный кусок вдоль бороздки, съесть его, а остаток передать противнику. Тот, кто получит от соперника последний кусок — треугольник со стороной 1, — победитель. Если кто-то из игроков не может сделать ход, то он проиграл. Для каждого n выясните, кто из играющих может всегда выигрывать.

6. Алиса и Базилио играют в игру: из мешка, первоначально содержащего 1331 монету, они по очереди берут монеты, причем первый ход делает Алиса и берет 1 монету, а далее при каждом следующем ходе игрок берет (по своему усмотрению) либо столько же монет, сколько взял другой игрок последним ходом, либо на одну больше. Проигрывает тот, кто не может сделать очередной ход по правилам. Кто из игроков может обеспечить себе выигрыш независимо от ходов другого?

7. На бесконечной плоскости расположены фишка-волк и 50 фишек-овец. Двое ходят по очереди: один игрок передвигает волка, а другой — одну из овец. И волк, и овцы передвигаются за один ход в любую сторону не более чем на один метр. Верно ли, что при любой первоначальной позиции волк поймает хотя бы одну овцу?

8. В каждой вертикали прямоугольной доски $m \times n$ стоят две фишки: белая и черная. За ход можно передвинуть любую свою фишку по вертикали на любое число клеток. При этом запрещается «перепрыгивать» через фишку противника и ходить в занятую клетку. Проигрывает игрок, который не может сделать ход. При каких начальных расстановках выигрывает первый игрок, а при каких второй?