

1. В бесконечной последовательности для каждого её члена существует число  $k$  такое, что все члены последовательности, начиная с этого члена, с шагом  $k$ , равны. Обязательно ли эта последовательность периодическая?

2. Последовательность чисел  $\{x_n\}$  определяется условиями  $x_1 = 2019$ ,  $x_2 = 257$ ,  $x_{n+2} = x_n - \frac{1}{x_{n+1}}$ . Найдите наименьшее  $k$ , при котором  $x_k = 0$ .

3. Дана последовательность натуральных чисел  $a_n = (n+1) \cdot 2^n$  при всех натуральных  $n$ . Какое наибольшее количество подряд идущих элементов этой последовательности могут быть точными квадратами?

4. Пусть  $S_n$  — количество представлений числа  $n$  в виде симметричной суммы с любым числом натуральных слагаемых (в том числе, с одним). Найдите  $S_{1000}$ .

5. Существует ли такая бесконечная последовательность натуральных чисел, что для любого натурального  $k$  сумма любых  $k$  идущих подряд членов этой последовательности делится на  $k+1$ ?

6. На доску последовательно выписываются натуральные числа. Первое число выписано произвольно, и каждое выписанное не может быть представлено в виде суммы чисел, выписанных ранее (даже если использовать каждое ранее выписанное несколько раз). Может ли этот процесс продолжаться бесконечно?

7. Докажите, что существует бесконечная возрастающая последовательность натуральных чисел  $\{a_n\}$  такая, что при всех целых  $k \geq 0$  последовательность  $\{k+a_n\}$  содержит лишь конечное количество простых чисел.

8. Обозначим через  $d(k)$  количество натуральных делителей числа  $k$ . Последовательность натуральных чисел  $a_1, a_2, \dots, a_{400}$  такова, что  $a_{n+1} = d(a_n) + d(n)$  при всех натуральных  $n < 400$ . Докажите, что в этой последовательности не более 210 простых чисел.

9. Последовательность натуральных чисел строится по следующему правилу. Если член последовательности делится на 5, то следующий член равен частному от этого деления; иначе он находится по формуле  $a_{n+1} = [\sqrt{5}a_n]$ . Докажите, что, начиная с некоторого номера, эта последовательность возрастает.

1. В бесконечной последовательности для каждого её члена существует число  $k$  такое, что все члены последовательности, начиная с этого члена, с шагом  $k$ , равны. Обязательно ли эта последовательность периодическая?

2. Последовательность чисел  $\{x_n\}$  определяется условиями  $x_1 = 2019$ ,  $x_2 = 257$ ,  $x_{n+2} = x_n - \frac{1}{x_{n+1}}$ . Найдите наименьшее  $k$ , при котором  $x_k = 0$ .

3. Дана последовательность натуральных чисел  $a_n = (n+1) \cdot 2^n$  при всех натуральных  $n$ . Какое наибольшее количество подряд идущих элементов этой последовательности могут быть точными квадратами?

4. Пусть  $S_n$  — количество представлений числа  $n$  в виде симметричной суммы с любым числом натуральных слагаемых (в том числе, с одним). Найдите  $S_{1000}$ .

5. Существует ли такая бесконечная последовательность натуральных чисел, что для любого натурального  $k$  сумма любых  $k$  идущих подряд членов этой последовательности делится на  $k+1$ ?

6. На доску последовательно выписываются натуральные числа. Первое число выписано произвольно, и каждое выписанное не может быть представлено в виде суммы чисел, выписанных ранее (даже если использовать каждое ранее выписанное несколько раз). Может ли этот процесс продолжаться бесконечно?

7. Докажите, что существует бесконечная возрастающая последовательность натуральных чисел  $\{a_n\}$  такая, что при всех целых  $k \geq 0$  последовательность  $\{k+a_n\}$  содержит лишь конечное количество простых чисел.

8. Обозначим через  $d(k)$  количество натуральных делителей числа  $k$ . Последовательность натуральных чисел  $a_1, a_2, \dots, a_{400}$  такова, что  $a_{n+1} = d(a_n) + d(n)$  при всех натуральных  $n < 400$ . Докажите, что в этой последовательности не более 210 простых чисел.

9. Последовательность натуральных чисел строится по следующему правилу. Если член последовательности делится на 5, то следующий член равен частному от этого деления; иначе он находится по формуле  $a_{n+1} = [\sqrt{5}a_n]$ . Докажите, что, начиная с некоторого номера, эта последовательность возрастает.