

Прямоугольный треугольник, добавка

1. Из дерева вырезан прямоугольный треугольник ABC ($\angle B = 90^\circ$). Вершины A и C лежат соответственно на сторонах OX и OY фиксированного прямого угла XOY , а точки O и B лежат в разных полуплоскостях относительно прямой AC . Докажите, что ГМТ точек B это отрезок, и найдите его длину.
2. Параллелограмм $ABCD$ не является ромбом. Точка E — основание перпендикуляра, опущенного из B на AC . Прямая, проходящая через E и перпендикулярная BD пересекает отрезок BC в точке F и прямую AB в точке G . Докажите, что $EG = EF$ тогда и только тогда, когда $ABCD$ — прямоугольник.
3. Дан прямоугольный треугольник ABC с прямым углом A . Через точку B проведена прямая l , перпендикулярная гипотенузе BC . Биссектриса угла ACB пересекает сторону AB в точке D , а прямую l в точке E . На прямой l отмечена такая точка $F \neq E$, что $BF = BE$. Докажите, что CE перпендикулярно FD .
4. В треугольнике ABC проведены высоты AA_1 и BB_1 . Пусть R, R_1, R_2 — радиусы окружностей, описанных около треугольников ABC, A_1B_1C, AA_1B_1 соответственно. Докажите, что $R^2 = R_1^2 + R_2^2$.