

Добавка

1. Имеют ли решения в целых числах уравнения
 - (а) $8x + 12y = 6$;
 - (б) $4x + 9y = 15$;
 - (с) $6x + 15y + 10z = 49$;
 - (д*) $29x + 30y + 31z = 366$?
2. Пусть $ax - by = c$ — уравнение в целых числах. Докажите, что
 - (а) Уравнение имеет решение тогда и только тогда, когда $c \in (a, b)$;
 - (б) Если (x_0, y_0) — решение, то все остальные решения имеют вид

$$\begin{cases} x = x_0 + \frac{b}{(a,b)}t, \\ y = y_0 + \frac{a}{(a,b)}t, \end{cases}$$

где $t \in \mathbb{Z}$.

- (с) Нам известно, что для любых целых чисел a и b найдутся такие целые числа x, y , что $ax + by = (a, b)$. Докажите, что существуют коэффициенты, удовлетворяющие неравенствам $|x| < \left| \frac{b}{(a,b)} \right|$ и $|y| < \left| \frac{a}{(a,b)} \right|$.
3. Пусть a, b, c, d — целые числа со свойством, что для любых двух целых чисел m и n существуют целые числа x и y , удовлетворяющие системе:

$$\begin{cases} ax + by = m, \\ cx + dy = n. \end{cases}$$

Докажите, что $ad - bc = \pm 1$.