

Добавка к графам

1. Докажите, что среди 100 человек найдутся двое, у которых чётное число общих знакомых.
2. Каждая деталь конструктора «Юный паяльщик» — это скобка в виде буквы П, состоящая из трёх единичных отрезков. Можно ли из деталей этого конструктора спаять полный проволочный каркас куба $2 \times 2 \times 2$, разбитого на кубики $1 \times 1 \times 1$? (Каркас состоит из 27 точек, соединённых единичными отрезками; любые две соседние точки должны быть соединены ровно одним проволочным отрезком.)
3. Гидры состоят из голов и шей (каждая шея соединяет ровно две головы). Одним ударом меча можно снести все шеи, выходящие из какой-то головы А гидры. Но при этом из головы А мгновенно вырастает по одной шее во все головы, с которыми А не была соединена. Геракл побеждает гидру, если ему удастся разрубить её на две несвязанные шеями части. Найдите наименьшее N, при котором Геракл сможет победить любую стошею гидру, нанеся не более чем N ударов.