

Разные раскраски

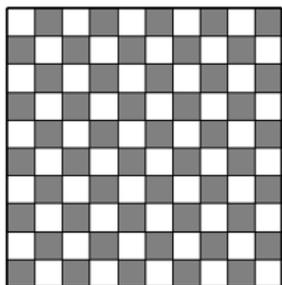


Рис. 1

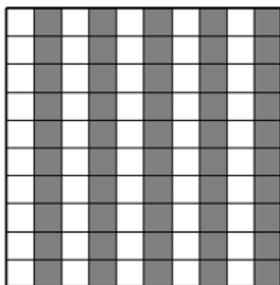


Рис. 2

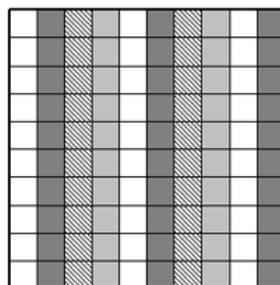


Рис. 3

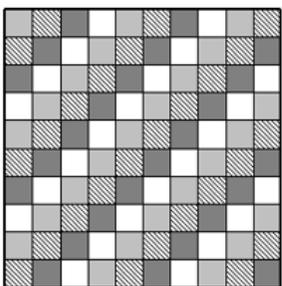


Рис. 4

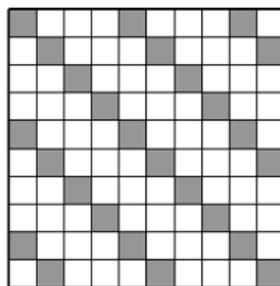


Рис. 5

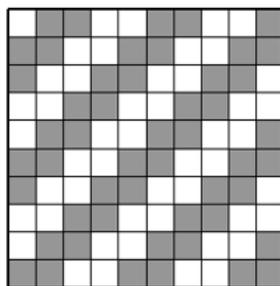


Рис. 6

- (а) Можно ли разбить квадрат 8×8 с отрезанным уголком на прямоугольники 1×3 ?

(б) Можно ли разрезать квадрат 10×10 на прямоугольники 1×4 ?
- Можно ли разрезать квадрат 10×10 на Т-тетраминошки? (Домино, тримино, тетрамино, пентамино, ... — фигурки, составленные из 2, 3, 4, 5, ... клеток соответственно.)
- Можно ли разрезать квадрат 8×8 на 17 вертикальных и 15 горизонтальных доминошек?
- (а) Можно ли куб $3 \times 3 \times 3$, у которого вырезаны три угловых кубика, разбить на параллелепипеды $1 \times 1 \times 2$?

(б) Можно ли куб $5 \times 5 \times 5$, у которого вырезаны два противоположных угловых кубика, разбить на параллелепипеды $1 \times 1 \times 3$?
- Квадрат 8×8 клеток выкрашен в белый цвет. Разрешается выбрать в нём любой прямоугольник из трёх клеток и перекрасить их все в противоположный цвет (белые в чёрный, чёрные — в белый). Удастся ли несколькими такими операциями перекрасить весь квадрат в чёрный цвет?

- Из доски 8×8 вырезали одну клетку так, что остаток можно разрезать на прямоугольники 3×1 . Укажите все клетки, которые могут быть вырезаны и докажите, что других нет.
- Из листа клетчатой бумаги размером 29×29 клеточек вырезали 99 квадратов 2×2 (режут по линиям). Доказать, что из оставшейся части листа можно вырезать ещё хотя бы один такой же квадратик.
- Клетку квадрата 11×11 назовем *хорошей*, если после её удаления оставшуюся часть можно разрезать на прямоугольники 1×4 . Сколько существует хороших клеток?
- Петя и Вася играют в игру на решётке в виде сот. Петя закрашивает в чёрный цвет два соседних шестиугольника, а Вася стирает один любой закрашенный. Какое максимальное количество закрашенных шестиугольников подряд может гарантировано получить Петя?