11 класс Неравенства 25 марта 2019

1. Про положительные числа a, b, c известно, что

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\geqslant a+b+c.$$

Докажите, что $a+b+c\geqslant 3abc$.

2. Сумма положительных чисел a, b, c равна 3. Докажите, что

$$\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}\geqslant ab+ac+bc.$$

3. Положительные числа a, b, c таковы, что $a+b+c=1$. Докажите неравенство

$$\sqrt{a+bc}+\sqrt{b+ac}+\sqrt{c+ab}\geqslant 2.$$

4. Для положительных чисел x, y, z докажите неравенство

$$x^4+y^4+z^2\geqslant \sqrt{8}xyz.$$

5. Про положительные x, y, z известно, что $x^2+y^2+z^2=1$. Докажите, что

$$\frac{xy}{z}+\frac{xz}{y}+\frac{yz}{x}\geqslant \sqrt{3}\,.$$

6. Докажите, что $1+x^{n+1}\geqslant \frac{(2x)^n}{(1+x)^{n+1}}$ для $x>0$ и натурального n.

7. Положительные числа a, b, c и d удовлетворяют условию

$$2(a+b+c+d)\geqslant abcd.$$

Докажите, что $a^2+b^2+c^2+d^2\geqslant abcd$.

8. Положительные числа a, b, c, d таковы, что $a\leqslant b\leqslant c\leqslant d$, а их сумма равна 1. Докажите, что $a^2+3b^2+5c^2+7d^2\geqslant 1$.

9. Пусть a, b, c — длины сторон некоторого треугольника. Докажите, что

$$\frac{a}{b+c-a}+\frac{b}{a+c-b}+\frac{c}{a+b-c}\geqslant 3.$$

11 класс Неравенства 25 марта 2019

1. Про положительные числа a, b, c известно, что

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\geqslant a+b+c.$$

Докажите, что $a+b+c\geqslant 3abc$.

2. Сумма положительных чисел a, b, c равна 3. Докажите, что

$$\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}\geqslant ab+ac+bc.$$

3. Положительные числа a, b, c таковы, что $a+b+c=1$. Докажите неравенство

$$\sqrt{a+bc}+\sqrt{b+ac}+\sqrt{c+ab}\geqslant 2.$$

4. Для положительных чисел x, y, z докажите неравенство

$$x^4+y^4+z^2\geqslant \sqrt{8}xyz.$$

5. Про положительные x, y, z известно, что $x^2+y^2+z^2=1$. Докажите, что

$$\frac{xy}{z}+\frac{xz}{y}+\frac{yz}{x}\geqslant \sqrt{3}\,.$$

6. Докажите, что $1+x^{n+1}\geqslant \frac{(2x)^n}{(1+x)^{n+1}}$ для $x>0$ и натурального n.

7. Положительные числа a, b, c и d удовлетворяют условию

$$2(a+b+c+d)\geqslant abcd.$$

Докажите, что $a^2+b^2+c^2+d^2\geqslant abcd$.

8. Положительные числа a, b, c, d таковы, что $a\leqslant b\leqslant c\leqslant d$, а их сумма равна 1. Докажите, что $a^2+3b^2+5c^2+7d^2\geqslant 1$.

9. Пусть a, b, c — длины сторон некоторого треугольника. Докажите, что

$$\frac{a}{b+c-a}+\frac{b}{a+c-b}+\frac{c}{a+b-c}\geqslant 3.$$