

Во всех задачах этого листика дан треугольник ABC , вписанный в окружность Ω .

- Точка I — центр вписанной в него окружности.
- Окружность ω_a , которая касается сторон AB и AC , а также Ω внутренним образом в точке T_a , назовём *полувписанной*.
- Точки A_1 , B_1 и C_1 — середины меньших дуг BC , AC и AB окружности Ω соответственно.
- Точка A' — середина дуги BAC окружности Ω .

1. Докажите, что прямые T_aB_1 и T_aC_1 проходят через точки касания ω_a со сторонами AC и AB соответственно.

2. а) Докажите, что прямая T_aA содержит симедиану треугольника $T_aB_1C_1$.

б) Докажите, что прямая T_aA' содержит медиану треугольника $T_aB_1C_1$.

с) Докажите, что точки T_a , I , A' лежат на одной прямой.

3. Обозначим точки касания ω_a с отрезками AB и AC через K и L соответственно.

а) Докажите, что четырехугольник T_aIKB вписанный, причем его описанная окружность касается прямой CC_1 .

б) Докажите, что точка I является серединой отрезка KL .

4. а) Докажите, что прямые KL , BC и T_aA_1 пересекаются в одной точке (обозначим её X_a).

б) Определим точки X_b и X_c аналогично. Докажите, что X_a , X_b , X_c лежат на одной прямой.

5. Через вершину A проведена прямая, пересекающая прямую BC и Ω в точках D и E . Докажите, что точка касания вписанной окружности треугольника ABC со стороной BC лежит на описанной окружности треугольника T_aDE .

6. а) Определим точки T_b и T_c аналогично точке T_a . Докажите, что прямые AT_a , BT_b и CT_c пересекаются в одной точке.

б) Пусть M — середина стороны BC . Докажите, что $\angle A_1IM = \angle IA'A_1$.

с) Докажите, что точка из пункта а) изогонально сопряжена точке Нагеля треугольника ABC .

Во всех задачах этого листика дан треугольник ABC , вписанный в окружность Ω .

- Точка I — центр вписанной в него окружности.
- Окружность ω_a , которая касается сторон AB и AC , а также Ω внутренним образом в точке T_a , назовём *полувписанной*.
- Точки A_1 , B_1 и C_1 — середины меньших дуг BC , AC и AB окружности Ω соответственно.
- Точка A' — середина дуги BAC окружности Ω .

1. Докажите, что прямые T_aB_1 и T_aC_1 проходят через точки касания ω_a со сторонами AC и AB соответственно.

2. а) Докажите, что прямая T_aA содержит симедиану треугольника $T_aB_1C_1$.

б) Докажите, что прямая T_aA' содержит медиану треугольника $T_aB_1C_1$.

с) Докажите, что точки T_a , I , A' лежат на одной прямой.

3. Обозначим точки касания ω_a с отрезками AB и AC через K и L соответственно.

а) Докажите, что четырехугольник T_aIKB вписанный, причем его описанная окружность касается прямой CC_1 .

б) Докажите, что точка I является серединой отрезка KL .

4. а) Докажите, что прямые KL , BC и T_aA_1 пересекаются в одной точке (обозначим её X_a).

б) Определим точки X_b и X_c аналогично. Докажите, что X_a , X_b , X_c лежат на одной прямой.

5. Через вершину A проведена прямая, пересекающая прямую BC и Ω в точках D и E . Докажите, что точка касания вписанной окружности треугольника ABC со стороной BC лежит на описанной окружности треугольника T_aDE .

6. а) Определим точки T_b и T_c аналогично точке T_a . Докажите, что прямые AT_a , BT_b и CT_c пересекаются в одной точке.

б) Пусть M — середина стороны BC . Докажите, что $\angle A_1IM = \angle IA'A_1$.

с) Докажите, что точка из пункта а) изогонально сопряжена точке Нагеля треугольника ABC .