1. Имеется 40 внешне одинаковых монет, среди которых 3 фальшивые — они весят одинаково и легче, чем настоящие (настоящие монеты также весят одинаково). Как с помощью трёх взвешиваний на чашечных весах без гирь отобрать 16 настоящих монет?

2. При каком наименьшем n на шахматную доску можно поставить n ладей и n слонов так, чтобы любая ладья била хотя бы двух слонов, а любой слон бил хотя бы две ладьи?

3. Какое наименьшее количество ладей можно поставить на шахматной доске так, чтобы каждая не занятая ладьей клетка находилась под боем хотя бы трех из них?

4. На доске записано число $\underbrace{11\ldots11}_{99\text{ единиц}}$. Петя и Вася играют в следующую игру, делая ходы по очереди. Начинает Петя. За ход игрок либо записывает ноль вместо одной из единиц, кроме первой и последней, либо стирает один из нулей. Проигрывает тот, после чьего хода на доске в первый раз появится число, делящееся на 11. Кто выиграет при правильной игре?

5. По кругу стоят n мальчиков и n девочек. Назовем пару из мальчика и девочки хорошей, если на одной из дуг между ними стоит поровну мальчиков и девочек (в частности, стоящие рядом мальчик и девочка образуют хорошую пару). Оказалось, что есть девочка, которая участвует ровно в 10 хороших парах. Докажите, что есть и мальчик, который участвует ровно в 10 хороших парах.

6. Может ли ладья обойти все клетки доски 10×10, побывав на каждой клетке ровно по одному разу, чередуя ходы в одну и в две клетки?

7. В стране есть несколько городов, соединённых дорогами. Каждая дорога соединяет только два города, и на ней введено одностороннее движение; при этом пара городов соединена не более чем одной дорогой. Выехав из любого города, нельзя в него вернуться. Известно, что из города A в город B можно проехать ровно 2019 способами. Найдите минимальное возможное число городов в стране.

11–2 Региональная комбинаторика 14 января 2019

1. Имеется 40 внешне одинаковых монет, среди которых 3 фальшивые — они весят одинаково и легче, чем настоящие (настоящие монеты также весят одинаково). Как с помощью трёх взвешиваний на чашечных весах без гирь отобрать 16 настоящих монет?

2. При каком наименьшем n на шахматную доску можно поставить n ладей и n слонов так, чтобы любая ладья била хотя бы двух слонов, а любой слон бил хотя бы две ладьи?

3. Какое наименьшее количество ладей можно поставить на шахматной доске так, чтобы каждая не занятая ладьей клетка находилась под боем хотя бы трех из них?

4. На доске записано число $\underbrace{11\ldots11}_{99\text{ единиц}}$. Петя и Вася играют в следующую игру, делая ходы по очереди. Начинает Петя. За ход игрок либо записывает ноль вместо одной из единиц, кроме первой и последней, либо стирает один из нулей. Проигрывает тот, после чьего хода на доске в первый раз появится число, делящееся на 11. Кто выиграет при правильной игре?

5. По кругу стоят n мальчиков и n девочек. Назовем пару из мальчика и девочки хорошей, если на одной из дуг между ними стоит поровну мальчиков и девочек (в частности, стоящие рядом мальчик и девочка образуют хорошую пару). Оказалось, что есть девочка, которая участвует ровно в 10 хороших парах. Докажите, что есть и мальчик, который участвует ровно в 10 хороших парах.

6. Может ли ладья обойти все клетки доски 10×10, побывав на каждой клетке ровно по одному разу, чередуя ходы в одну и в две клетки?

7. В стране есть несколько городов, соединённых дорогами. Каждая дорога соединяет только два города, и на ней введено одностороннее движение; при этом пара городов соединена не более чем одной дорогой. Выехав из любого города, нельзя в него вернуться. Известно, что из города A в город B можно проехать ровно 2019 способами. Найдите минимальное возможное число городов в стране.