

1. Имеется 100 палочек, из которых можно сложить 100-угольник. Может ли случиться, что ни из какого меньшего числа этих палочек нельзя сложить невырожденный многоугольник?

2. Дан набор из нескольких гирек, на каждой написана масса. Известно, что набор масс и набор надписей одинаковы, но возможно некоторые надписи перепутаны. Весы представляют из себя горизонтальный отрезок, закрепленный за середину. При взвешивании гирьки прикрепляются в произвольные точки отрезка, после чего весы остаются в равновесии либо отклоняются в ту или иную сторону. Всегда ли удастся за одно взвешивание проверить, все надписи верны или нет? (Весы будут в равновесии, если сумма моментов гирь справа от середины равна сумме моментов гирь слева; иначе отклонятся в сторону, где сумма больше. *Моментом* гири называется произведение ms массы гири m на расстояние s от нее до середины отрезка.)

3. Барон Мюнхгаузен утверждает, что придумал следующий фокус. Зритель загадывает многочлен $P(x)$ с целыми *неотрицательными* коэффициентами. Барон называет целое число a , зритель сообщает ему значение $P(a)$. Затем барон называет целое число b , зритель сообщает ему значение $P(b)$. После этого барон угадывает, какой многочлен $P(x)$ задумал зритель. Может ли барон называть числа так, чтобы его фокус всегда гарантированно удавался?

4. У продавца и покупателя в сумме 1999 рублей монетами и купюрами в 1, 5, 10, 50, 100, 500 и 1000 рублей. Кот в мешке стоит целое число рублей, причём денег у покупателя достаточно. Докажите, что покупатель сможет купить кота, получив причитающуюся сдачу.

5. Детектив Ниро Вульф расследует преступление. В деле замешаны 80 человек, среди которых один — преступник, еще один — свидетель преступления (но неизвестно, кто это). Каждый день детектив может пригласить к себе одного или нескольких из этих 80 человек, и если среди приглашенных есть свидетель, но нет преступника, то свидетель сообщит, кто преступник. Может ли детектив заведомо раскрыть дело за 12 дней?

6. Существуют ли 100 прямоугольников, из которых можно составить любой клетчатый прямоугольник со сторонами, не превосходящими 1000?

7. Имеется цепочка из 150 звеньев, каждое из которых весит 1 грамм. Какое наименьшее число звеньев надо расковать так, чтобы из образовавшихся частей можно было составить все веса от 1 до 150 грамм (раскованное звено тоже весит 1 грамм)?

8. В три сосуда налито по целому числу литров воды. В любой сосуд разрешается перелить столько воды, сколько в нём уже содержится, из любого другого сосуда. Каждый из сосудов может вместить всю имеющуюся в них воду. Докажите, что можно несколькими переливаниями освободить один из сосудов.

1. Имеется 100 палочек, из которых можно сложить 100-угольник. Может ли случиться, что ни из какого меньшего числа этих палочек нельзя сложить невырожденный многоугольник?

2. Дан набор из нескольких гирек, на каждой написана масса. Известно, что набор масс и набор надписей одинаковы, но возможно некоторые надписи перепутаны. Весы представляют из себя горизонтальный отрезок, закрепленный за середину. При взвешивании гирьки прикрепляются в произвольные точки отрезка, после чего весы остаются в равновесии либо отклоняются в ту или иную сторону. Всегда ли удастся за одно взвешивание проверить, все надписи верны или нет? (Весы будут в равновесии, если сумма моментов гирь справа от середины равна сумме моментов гирь слева; иначе отклонятся в сторону, где сумма больше. *Моментом* гири называется произведение ms массы гири m на расстояние s от нее до середины отрезка.)

3. Барон Мюнхгаузен утверждает, что придумал следующий фокус. Зритель загадывает многочлен $P(x)$ с целыми *неотрицательными* коэффициентами. Барон называет целое число a , зритель сообщает ему значение $P(a)$. Затем барон называет целое число b , зритель сообщает ему значение $P(b)$. После этого барон угадывает, какой многочлен $P(x)$ задумал зритель. Может ли барон называть числа так, чтобы его фокус всегда гарантированно удавался?

4. У продавца и покупателя в сумме 1999 рублей монетами и купюрами в 1, 5, 10, 50, 100, 500 и 1000 рублей. Кот в мешке стоит целое число рублей, причём денег у покупателя достаточно. Докажите, что покупатель сможет купить кота, получив причитающуюся сдачу.

5. Детектив Ниро Вульф расследует преступление. В деле замешаны 80 человек, среди которых один — преступник, еще один — свидетель преступления (но неизвестно, кто это). Каждый день детектив может пригласить к себе одного или нескольких из этих 80 человек, и если среди приглашенных есть свидетель, но нет преступника, то свидетель сообщит, кто преступник. Может ли детектив заведомо раскрыть дело за 12 дней?

6. Существуют ли 100 прямоугольников, из которых можно составить любой клетчатый прямоугольник со сторонами, не превосходящими 1000?

7. Имеется цепочка из 150 звеньев, каждое из которых весит 1 грамм. Какое наименьшее число звеньев надо расковать так, чтобы из образовавшихся частей можно было составить все веса от 1 до 150 грамм (раскованное звено тоже весит 1 грамм)?

8. В три сосуда налито по целому числу литров воды. В любой сосуд разрешается перелить столько воды, сколько в нём уже содержится, из любого другого сосуда. Каждый из сосудов может вместить всю имеющуюся в них воду. Докажите, что можно несколькими переливаниями освободить один из сосудов.