

1. Тетрадный лист раскрасили в 23 цвета по клеткам. Пара цветов называется *хорошей*, если существует две соседние клетки, закрашенные этими цветами. Каково минимальное число хороших пар?

2. С занятий кружка на футбол сбежали **a)** 10; **b)** 9 человек. Докажите, что среди них найдутся либо три попарно незнакомых человека, либо четыре попарно знакомых человека.

3. В компании из 16 людей среди любых 8 есть один, знающий остальных. Докажите, что в этой компании есть 8 попарно знакомых человек.

4. Между некоторыми из $2n$ городов установлено воздушное сообщение, причём каждый город связан (беспосадочными рейсами) не менее чем с n другими. Докажите, что если отменить любые $n - 1$ рейсов, то всё равно из любого города можно добраться в любой другой на самолётах (с пересадками).

5. В стране 64 города, некоторые пары из них соединены дорогой, но нам неизвестно, какие именно. Мы можем выбрать любую пару городов и получить ответ на вопрос «есть ли дорога между ними?». Мы хотим узнать, можно ли в этой стране добраться от любого города до любого другого, двигаясь по дорогам. Докажите, что не существует алгоритма, позволяющего сделать это менее чем за 2016 вопросов.

6. Какое наибольшее число клеток доски 9×9 можно разрезать по обоим диагоналям, чтобы при этом доска не распалась на несколько частей?

7. Две фирмы по очереди нанимают программистов, среди которых есть 4 гения. Первого программиста каждая фирма выбирает произвольно, а каждый следующий должен быть знаком с кем-то из ранее нанятых данной фирмой. Если фирма не может нанять программиста по этим правилам, она прекращает приём, а другая может продолжать. Список программистов и их знакомств заранее известен. Могут ли знакомства быть устроены так, что фирма, вступающая в игру второй, сможет нанять по крайней мере 3 гениев, как бы ни действовала первая фирма?

1. Тетрадный лист раскрасили в 23 цвета по клеткам. Пара цветов называется *хорошей*, если существует две соседние клетки, закрашенные этими цветами. Каково минимальное число хороших пар?

2. С занятий кружка на футбол сбежали **a)** 10; **b)** 9 человек. Докажите, что среди них найдутся либо три попарно незнакомых человека, либо четыре попарно знакомых человека.

3. В компании из 16 людей среди любых 8 есть один, знающий остальных. Докажите, что в этой компании есть 8 попарно знакомых человек.

4. Между некоторыми из $2n$ городов установлено воздушное сообщение, причём каждый город связан (беспосадочными рейсами) не менее чем с n другими. Докажите, что если отменить любые $n - 1$ рейсов, то всё равно из любого города можно добраться в любой другой на самолётах (с пересадками).

5. В стране 64 города, некоторые пары из них соединены дорогой, но нам неизвестно, какие именно. Мы можем выбрать любую пару городов и получить ответ на вопрос «есть ли дорога между ними?». Мы хотим узнать, можно ли в этой стране добраться от любого города до любого другого, двигаясь по дорогам. Докажите, что не существует алгоритма, позволяющего сделать это менее чем за 2016 вопросов.

6. Какое наибольшее число клеток доски 9×9 можно разрезать по обоим диагоналям, чтобы при этом доска не распалась на несколько частей?

7. Две фирмы по очереди нанимают программистов, среди которых есть 4 гения. Первого программиста каждая фирма выбирает произвольно, а каждый следующий должен быть знаком с кем-то из ранее нанятых данной фирмой. Если фирма не может нанять программиста по этим правилам, она прекращает приём, а другая может продолжать. Список программистов и их знакомств заранее известен. Могут ли знакомства быть устроены так, что фирма, вступающая в игру второй, сможет нанять по крайней мере 3 гениев, как бы ни действовала первая фирма?