

1. Назовём время суток *хорошим*, если часовая, минутная и секундная стрелки находятся по одну сторону относительно какого-то диаметра циферблата. Какого времени в сутках больше — хорошего или плохого?

2. У Пети есть 12 одинаковых разноцветных вагончиков (некоторые, возможно, одного цвета, но неизвестно, сколько вагончиков какого цвета). Каких поездов он сможет составить больше: 12-вагонных или 11-вагонных? (Поезда считаются одинаковыми, если в них на одних и тех же местах находятся вагончики одного и того же цвета.)

3. Дана шахматная доска. Ее вертикали перенумерованы числами от 1 до 8, а горизонтали обозначены латинскими буквами от *a* до *h*. Рассматриваются покрытия доски доминошками, содержащими две соседние клетки. Каких разбиений больше — тех, которые содержат доминошку $a1 - a2$, или тех, которые содержат доминошку $b2 - b3$?

4. Докажите, что число всех цифр в последовательности $1, 2, 3, \dots, 10^k$ равно числу всех нулей в последовательности $1, 2, 3, \dots, 10^{k+1}$.

5. Петя подсчитал количество всех возможных m -буквенных слов, в записи которых могут использоваться только четыре буквы *B*, *C*, *O* и *Ш*, причём в каждом слове букв *B* и *C* поровну. Вася подсчитал количество всех возможных $2m$ -буквенных слов, в записи которых могут использоваться только две буквы *B* и *C*, и в каждом слове этих букв поровну. У кого слов получилось больше? (Слово — это любая последовательность букв.)

6. а) Четыре порта 1, 2, 3, 4 расположены (в этом порядке) на окружности круглого острова. Их связывает плоская сеть дорог, на которых могут быть перекрёстки, то есть точки, где пересекаются, сходятся или разветвляются дороги. На всех участках дорог введено одностороннее движение так, что, выехав от любого порта или перекрёстка, нельзя вернуться в него снова. Пусть f_{ij} означает число различных путей, идущих из порта i в порт j . Докажите неравенство $f_{14}f_{23} \geq f_{13}f_{24}$.

б) Докажите, что если портов шесть: 1, 2, 3, 4, 5, 6 (по кругу в этом порядке), то

$$f_{16}f_{25}f_{34} + f_{15}f_{24}f_{36} + f_{14}f_{26}f_{35} \geq f_{16}f_{24}f_{35} + f_{15}f_{26}f_{34} + f_{14}f_{25}f_{36}.$$

1. Назовём время суток *хорошим*, если часовая, минутная и секундная стрелки находятся по одну сторону относительно какого-то диаметра циферблата. Какого времени в сутках больше — хорошего или плохого?

2. У Пети есть 12 одинаковых разноцветных вагончиков (некоторые, возможно, одного цвета, но неизвестно, сколько вагончиков какого цвета). Каких поездов он сможет составить больше: 12-вагонных или 11-вагонных? (Поезда считаются одинаковыми, если в них на одних и тех же местах находятся вагончики одного и того же цвета.)

3. Дана шахматная доска. Ее вертикали перенумерованы числами от 1 до 8, а горизонтали обозначены латинскими буквами от *a* до *h*. Рассматриваются покрытия доски доминошками, содержащими две соседние клетки. Каких разбиений больше — тех, которые содержат доминошку $a1 - a2$, или тех, которые содержат доминошку $b2 - b3$?

4. Докажите, что число всех цифр в последовательности $1, 2, 3, \dots, 10^k$ равно числу всех нулей в последовательности $1, 2, 3, \dots, 10^{k+1}$.

5. Петя подсчитал количество всех возможных m -буквенных слов, в записи которых могут использоваться только четыре буквы *B*, *C*, *O* и *Ш*, причём в каждом слове букв *B* и *C* поровну. Вася подсчитал количество всех возможных $2m$ -буквенных слов, в записи которых могут использоваться только две буквы *B* и *C*, и в каждом слове этих букв поровну. У кого слов получилось больше? (Слово — это любая последовательность букв.)

6. а) Четыре порта 1, 2, 3, 4 расположены (в этом порядке) на окружности круглого острова. Их связывает плоская сеть дорог, на которых могут быть перекрёстки, то есть точки, где пересекаются, сходятся или разветвляются дороги. На всех участках дорог введено одностороннее движение так, что, выехав от любого порта или перекрёстка, нельзя вернуться в него снова. Пусть f_{ij} означает число различных путей, идущих из порта i в порт j . Докажите неравенство $f_{14}f_{23} \geq f_{13}f_{24}$.

б) Докажите, что если портов шесть: 1, 2, 3, 4, 5, 6 (по кругу в этом порядке), то

$$f_{16}f_{25}f_{34} + f_{15}f_{24}f_{36} + f_{14}f_{26}f_{35} \geq f_{16}f_{24}f_{35} + f_{15}f_{26}f_{34} + f_{14}f_{25}f_{36}.$$