

1. Числа x и y больше 1. Докажите, что $x + y + \frac{1}{xy} < \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + xy$.
2. Учитель написал на доске 3 натуральных числа и попросил Алису, Бору и Витю составить по квадратному трёхчлену, используя написанные числа. Оказалось, что квадратный трёхчлен, составленный Алисой, имеет 2 корня, Борей — 1 корень, а Витей — 0 корней. Найти все тройки чисел, которые мог написать учитель, если известно, что их произведение не больше ста?
3. Докажите, что

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2017} - \frac{1}{2018} = \frac{1}{1010} + \frac{1}{1011} + \dots + \frac{1}{2018}.$$

4. На координатной плоскости нарисованы четыре графика функций вида $y = x^2 + ax + b$, где a, b — числовые коэффициенты. Известно, что есть ровно четыре точки пересечения, причём в каждой пересекаются ровно два графика. Докажите, что сумма наибольшей и наименьшей из абсцисс точек пересечения равна сумме двух других абсцисс.

5. Про многочлен $P(x)$ с целыми коэффициентами известно, что

$$P(1) = 1, P(2) = 8, P(3) = 27, P(5) = 125, P(6) = 216, P(7) = 343.$$

Какое наименьшее возможное значение может принимать $|P(4)|$?

6. Ваня задумал два положительных числа x и y . Он записал числа

$$x + y, \quad x - y, \quad xy, \quad x/y$$

и показал их Пете, но не сказал, какое число какой операцией получено. Докажите, что Петя сможет однозначно восстановить x и y .

7. Про числа a, b, c, d известно, что

$$a = \sqrt{4 - \sqrt{5 - a}}, \quad b = \sqrt{4 + \sqrt{5 - b}}, \quad c = \sqrt{4 - \sqrt{5 + c}}, \quad d = \sqrt{4 + \sqrt{5 + d}}.$$

Чему равно произведение $abcd$?

8. Можно ли представить функцию e^x в виде суммы нескольких периодических функций?

1. Числа x и y больше 1. Докажите, что $x + y + \frac{1}{xy} < \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + xy$.
2. Учитель написал на доске 3 натуральных числа и попросил Алису, Бору и Витю составить по квадратному трёхчлену, используя написанные числа. Оказалось, что квадратный трёхчлен, составленный Алисой, имеет 2 корня, Борей — 1 корень, а Витей — 0 корней. Найти все тройки чисел, которые мог написать учитель, если известно, что их произведение не больше ста?
3. Докажите, что

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2017} - \frac{1}{2018} = \frac{1}{1010} + \frac{1}{1011} + \dots + \frac{1}{2018}.$$

4. На координатной плоскости нарисованы четыре графика функций вида $y = x^2 + ax + b$, где a, b — числовые коэффициенты. Известно, что есть ровно четыре точки пересечения, причём в каждой пересекаются ровно два графика. Докажите, что сумма наибольшей и наименьшей из абсцисс точек пересечения равна сумме двух других абсцисс.

5. Про многочлен $P(x)$ с целыми коэффициентами известно, что

$$P(1) = 1, P(2) = 8, P(3) = 27, P(5) = 125, P(6) = 216, P(7) = 343.$$

Какое наименьшее возможное значение может принимать $|P(4)|$?

6. Ваня задумал два положительных числа x и y . Он записал числа

$$x + y, \quad x - y, \quad xy, \quad x/y$$

и показал их Пете, но не сказал, какое число какой операцией получено. Докажите, что Петя сможет однозначно восстановить x и y .

7. Про числа a, b, c, d известно, что

$$a = \sqrt{4 - \sqrt{5 - a}}, \quad b = \sqrt{4 + \sqrt{5 - b}}, \quad c = \sqrt{4 - \sqrt{5 + c}}, \quad d = \sqrt{4 + \sqrt{5 + d}}.$$

Чему равно произведение $abcd$?

8. Можно ли представить функцию e^x в виде суммы нескольких периодических функций?