11 класс Существует ли функция? 29 ноября 2018

1. Существует ли непрерывная функция, график которой пересекается с любой прямой на плоскости?

2. Существует ли функция $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ такая, что $f(f(x))$ всюду положительна, но f не всюду положительна?

3. Существует ли непрерывная функция $f : [0,1] \to [0,1]$, которая в рациональных точках принимает иррациональные значения, а в иррациональных — рациональные?

4. Существует ли непрерывная функция $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ такая, что $f(f(x))$ строго убывает?

5. Существует ли непрерывная функция $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, отличная от константы, такая, что для всех x верно $f(x + f(x)) = f(x)$?

6. Существует ли функция $f : \mathbb{N}^{+0} \to \mathbb{N}^{+0}$ такая, что для всех n верно $f(f(n)) = n + 2019$? ($\mathbb{N}^{+0}$ — это множество натуральных чисел с нулём.)

7. Существует ли нелинейная функция $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, отличная от константы, такая, что для всех x и y верно $f(x + y) = f(x) + f(y)$?

8. Существует ли непрерывная функция $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, отличная от константы, которая в иррациональных точках принимает рациональные значения?

9. Существует ли функция $f : \mathbb{Q}^+ \to \mathbb{Q}^+$ такая, что для всех x, y верно $f(xf(y)) = \frac{f(x)}{y}$? ($\mathbb{Q}^+$ — это множество положительных рациональных чисел.)

10. Существует ли функция $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ такая, что для всех x верно $f(f(x)) = x^2 - 2$?

11. Существует ли функция $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ такая, что для всех x и y верно $f(x+y) \geqslant f(x)+yf(f(x))$? ($\mathbb{R}^+$ — это множество положительных действительных чисел.)

11 класс Существует ли функция? 29 ноября 2018

1. Существует ли непрерывная функция, график которой пересекается с любой прямой на плоскости?

2. Существует ли функция $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ такая, что $f(f(x))$ всюду положительна, но f не всюду положительна?

3. Существует ли непрерывная функция $f : [0,1] \to [0,1]$, которая в рациональных точках принимает иррациональные значения, а в иррациональных — рациональные?

4. Существует ли непрерывная функция $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ такая, что $f(f(x))$ строго убывает?

5. Существует ли непрерывная функция $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, отличная от константы, такая, что для всех x верно $f(x + f(x)) = f(x)$?

6. Существует ли функция $f : \mathbb{N}^{+0} \to \mathbb{N}^{+0}$ такая, что для всех n верно $f(f(n)) = n + 2019$? ($\mathbb{N}^{+0}$ — это множество натуральных чисел с нулём.)

7. Существует ли нелинейная функция $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, отличная от константы, такая, что для всех x и y верно $f(x + y) = f(x) + f(y)$?

8. Существует ли непрерывная функция $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, отличная от константы, которая в иррациональных точках принимает рациональные значения?

9. Существует ли функция $f : \mathbb{Q}^+ \to \mathbb{Q}^+$ такая, что для всех x, y верно $f(xf(y)) = \frac{f(x)}{y}$? ($\mathbb{Q}^+$ — это множество положительных рациональных чисел.)

10. Существует ли функция $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ такая, что для всех x верно $f(f(x)) = x^2 - 2$?

11. Существует ли функция $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ такая, что для всех x и y верно $f(x+y) \geqslant f(x)+yf(f(x))$? ($\mathbb{R}^+$ — это множество положительных действительных чисел.)