ЦПМ. Группа 10-2 **18.04.2019**

Диофантовы уравнения

1. Докажите, что для любого $m > 1$ уравнение $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{m}$ имеет хотя бы одно решение в натуральных числах.

2. Сколько решений в натуральных числах имеет уравнение $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{100^{100}}$.

3. Сколько решений в натуральных числах имеет уравнение $x^2 - y^2 = 10^{2020}$?

4. Найдите все такие простые числа p и q, что $p + q^2 = q + p^3$.

5. Найдите все натуральные m, при которых $p^4 = 2^{3m} + 2^{2m} + 1$, если p – простое число.

6. Найдите все натуральные m, при которых $p^4 = 2^{4m} + 2^m + 63$, если p – простое число.

7. Натуральные числа a, x и y, большие 100, таковы, что $y^2 - 1 = a^2(x^2 - 1)$. Какое наименьшее значение может принимать дробь $\frac{a}{x}$?

8. Решите уравнение в натуральных числах $x \cdot y! + 2y \cdot x! = z!$

9. Найдите все пары натуральных чисел m, n такие, что $m^4 + m$ делится на $m^2 - n$ и $n^4 + n$ делится на $n^2 - m$.

10. Найдите все пары простых чисел p, q, для которых число $(7^p - 2^p)(7^q - 2^q)$ делится на pq.

ЦПМ. Группа 10-2 **18.04.2019**

Диофантовы уравнения

1. Докажите, что для любого $m > 1$ уравнение $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{m}$ имеет хотя бы одно решение в натуральных числах.

2. Сколько решений в натуральных числах имеет уравнение $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{100^{100}}$.

3. Сколько решений в натуральных числах имеет уравнение $x^2 - y^2 = 10^{2020}$?

4. Найдите все такие простые числа p и q, что $p + q^2 = q + p^3$.

5. Найдите все натуральные m, при которых $p^4 = 2^{3m} + 2^{2m} + 1$, если p – простое число.

6. Найдите все натуральные m, при которых $p^4 = 2^{4m} + 2^m + 63$, если p – простое число.

7. Натуральные числа a, x и y, большие 100, таковы, что $y^2 - 1 = a^2(x^2 - 1)$. Какое наименьшее значение может принимать дробь $\frac{a}{x}$?

8. Решите уравнение в натуральных числах $x \cdot y! + 2y \cdot x! = z!$

9. Найдите все пары натуральных чисел m, n такие, что $m^4 + m$ делится на $m^2 - n$ и $n^4 + n$ делится на $n^2 - m$.

10. Найдите все пары простых чисел p, q, для которых число $(7^p - 2^p)(7^q - 2^q)$ делится на pq.