

Серия 30. Рекурренты

1. **было, вспоминаем** Археолог нашёл n золотых монет. Из старых текстов он выяснил, что одна из них всётаки фальшивая и она легче подлинных. В распоряжении археолога есть только платные весы. Если одна чаша перевешивает другую, то археолог должен будет заплатить 1 фунт и 2 фунта в случае равновесия. При каком наибольшем n можно найти фальшивую монету, заплатив не более 10 фунтов?
2. 55 боксеров участвовали в турнире по системе «проигравший выбывает». Бои шли последовательно. Известно, что у участников каждого боя число предыдущих побед отличалось не более чем на 1. Какое наибольшее число боёв мог провести победитель турнира?
3. Сколькими способами можно представить число n в виде суммы положительных нечётных слагаемых? (Представления, различающиеся порядком слагаемых, считаются различными.)
4. Сколькими способами можно выписать в строчку 10 ноликов, крестиков и звёздочек, так, чтобы звёздочки не стояли рядом с крестиками?
5. Сколько 10-значных чисел удовлетворяют следующим условиям: все цифры числа принадлежат множеству 1, 2, 3, 4, 5, а любые две соседние цифры отличаются на 1?
6. Сколькими способами можно замостить прямоугольную доску размера 3×10 доминошками 1×2 ?
7. Лягушка прыгает по вершинам треугольника ABC , перемещаясь каждый раз в одну из соседних вершин. Сколькими способами она может попасть из A в A за 10 прыжков?
8. В нулевой момент времени в вершине A шестиугольника $ABCDEF$ сидит лягушка. Каждую секунду лягушка перепрыгивает в одну из соседних вершин, выбирая направление случайным образом равновероятно. (а) Сколькими способами она может попасть из A в C за 20 прыжков? (б) Тот же вопрос, но при условии, что ей нельзя прыгать в D (там находится мина)?
9. Археолог нашёл k золотых монет. Из старых текстов он выяснил, что одна из них всётаки фальшивая и она легче подлинных. В распоряжении археолога есть только платные весы. Если левая чаша перевесит, то надо заплатить 2 фунта, а при любом другом исходе — 1 фунт. При каком наибольшем k можно найти фальшивую монету, заплатив не более 10 фунтов?