

Уравнения в целых числах

Защикливание остатков

1. Решите в целых числах уравнение: $x^2 + y^2 = 4z - 1$.
2. Решите в целых числах уравнение $2^n + 7 = x^2$.
3. Решите в целых числах $x^2 + y^2 - 5xy + 4 = 0$.

Зажать между двумя квадратами или степенями

4. Найдите все такие натуральные x , для которых $x^2 + 4x - 1$ является точным квадратом.
5. При каких натуральных число $n^3 + 3n^2 + 7$ является точным кубом натурального числа?

Спуск

6. Решите в целых числах уравнение $8x^4 + 4y^4 + 2z^4 = t^4$.
7. Решите в целых числах уравнение $x^2 + y^2 = 3(z^2 + t^2)$.

Алгебраические преобразования помогают

8. Найдите все такие целые x и y , что
 - (a) $xy + x + y + 1 = 0$.
 - (b) $xy + x - 3y = 4$.
9. Докажите, что уравнение $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + \frac{1}{e} + \frac{1}{f} = 1$ не имеет решений в нечётных натуральных числах.
10.
 - (a) Решите в целых числах: $x^2 - 2x + 1 + y^2 + 2y + 1 = 0$.
 - (b) Решите в целых числах: $x^2 - 2x + y^2 + 2y = 0$.