

Инвариант. Продолжение.

ШАГ 1. Найдите в задаче пошаговый процесс.

ШАГ 2. Найдите свойство, которая не меняется с каждым шагом процесса.

Обязательно докажите, что она не меняется.

ШАГ 3. Покажите, что в начале процесса и в конце эта величина принимает разные значения. Поэтому нельзя прийти из начального состояния в конечное.

1. Вера, Надя и Люба решали задачи. Чтобы дело шло быстрее, они купили конфет и условились, что за каждую решенную задачу девочка, решившая ее первой, получает четыре конфеты, решившая второй две, а решившая последней одну. Девочки говорят, что каждая из них решила все задачи и получила 20 конфет, причем одновременных решений не было. Может ли такое быть?
2. Может ли шахматный (а) слон; (б) конь за миллион ходов попасть с поля $a1$ на поле $a8$?
3. В марсианском алфавите есть две буквы — У и Ы, причем если из любого слова выкинуть стоящие рядом буквы УЫ, то смысл слова не изменится. Точно также смысл не изменится при добавлении в любое место слова буквосочетания ЫУ или УУЫЫ. Можно ли утверждать, что слова ЫУЫУЫ и УЫУЫУ имеют одинаковый смысл?
4. Натуральное число можно умножать на два, делить на четыре и произвольным образом переставлять в нем цифры. Можно ли превратить число 1 в 123456 с помощью таких операций?
5. На 6 ёлках сидят 6 чижей, на каждой ёлке по чижу. Ёлки растут в ряд с интервалами в 1 метр. Если какой-то чиж перелетает с одной ёлки на другую, то какой-то другой чиж обязательно перелетает на столько же метров, но в обратном направлении. Могут ли все чижи после нескольких перелётов собраться на одной ёлке?
6. На доске записаны числа 2200, 1404 и 2048. Каждую минуту Эрнест стирает с доски два числа a и b и пишет вместо них числа:
(а) $\frac{a+3b}{4}$ и $\frac{3a+b}{4}$; (б) $\frac{a^2}{b}$ и $\frac{b^2}{a}$;
Могли ли после этих операций получиться числа 2019, 1508 и 2070?
7. Имеется два трёхлитровых сосуда. В одном 1 л воды, в другом — 1 л двухпроцентного раствора поваренной соли. Разрешается переливать любую часть жидкости из одного сосуда в другой, после чего перемешивать. Можно ли за несколько таких переливаний получить полторапроцентный раствор в том сосуде, в котором вначале была вода?
- 8.* На доске написаны числа $1, \dots, 7$. Эрнест стирает два числа и пишет вместо них число $ab + a + b$. Какое число получится после шести таких операций?