

## Четность — постоянное свойство

**ШАГ 1.** Найдите в задаче пошаговый процесс.

**ШАГ 2.** Найдите величину, которая не меняется с каждым шагом процесса.

Обязательно докажите, что она не меняется.

Такая величина называется **инвариантом** данного процесса.

**ШАГ 3.** Покажите, что в начале процесса и в конце эта величина принимает разные значения. Поэтому нельзя прийти из начального состояния в конечное.

1. Дядька Черномор написал на листке бумаги число 20. 33 богатыря передают листок друг другу, и каждый или прибавляет к числу, или отнимает от него единицу. Может ли в результате получиться число 10?
2. 100 фишек выставлены в ряд. Разрешено менять местами две фишки, стоящие через одну фишку. Можно ли с помощью таких операций переставить все фишки в обратном порядке?
3. Вася написал на доске шесть чисел: 1, 2, 3, 4, 5 и 6. Каждую минуту он увеличивает два из них на единицу. Может ли Вася через некоторое время получить 6 равных чисел?
4. Миша написал на доске в некотором порядке 2016 плюсов и 2017 минусов. Время от времени Юра подходит к доске, стирает любые два знака и пишет вместо них один, причём если он стёр одинаковые знаки, то вместо них он пишет плюс, а если разные, то минус. После нескольких таких действий на доске остался только один знак. Какой?
5. На столе стоят 16 стаканов. Из них 15 стаканов стоят правильно, а один перевернут доньшком вверх. Разрешается одновременно переворачивать любые четыре стакана. Можно ли, повторяя эту операцию, поставить все стаканы правильно?
6. На чудо-дереве растут 20 бананов и 20 ананасов. За один раз разрешается сорвать с дерева два плода. Если сорвать два банана или два ананаса, то вырастет еще один ананас, а если сорвать один банан и один ананас, то вырастет один банан. В итоге остался один плод. Какой?
7. В одной клетке таблицы  $8 \times 8$  стоит знак минус, а в остальных плюсы. Разрешается одновременно менять знак во всех клетках, расположенных в одной строке или в одном столбце. Можно ли многократным применением таких операций получить таблицу из одних плюсов?
8. Круг разделен на 6 секторов, в каждом из которых стоит фишка. Разрешается за один ход сдвинуть любые две фишки в соседние с ними сектора. Можно ли с помощью таких операций собрать все фишки в одном секторе?