

Проигрышные и выигрышные позиции

суперматвертикаль

09.03.19

Выигрышные позиции. «*It's over, Anakin! I have the high ground!*»

1. Ферзь стоит на поле $c1$. За ход его можно передвинуть на любое число полей вправо, вверх или по диагонали вправо-вверх. Выигрывает тот, кто поставит ферзя на поле $h8$. Кто победит при правильной игре?
2. На доске написано число 12345. За ход разрешается вычестить из написанного числа любую его ненулевую цифру. Выигрывает тот, после чьего хода на доске будет написан ноль. Кто выиграет при правильной игре?
3. Имеется две кучки камней по 6 штук в каждой. За один ход можно брать либо один камень из той или другой кучки, либо по одному камню из каждой. Проигрывает тот, кто не может сделать ход.
4. На доске написано число 60. За один ход разрешается уменьшить число на любой из его целых положительных делителей. Если при этом получается ноль, игрок проиграл. Кто выигрывает при правильной игре?
5. Игра начинается с числа 2. За ход разрешается прибавить к имеющемуся числу любое натуральное число, меньшее его. Выигрывает тот, кто получает 1000.
6. Есть две кучки конфет по (а) 5 и 4; (б) m и n конфет. Игроки ходят по очереди. Делая ход, игрок съедает все конфеты из одной кучки, а другую кучку делит на две (по своему выбору; в каждой из них должно остаться хотя бы по конфете). Если сделать ход нельзя (это бывает, когда в обеих кучках по одной конфете), он проиграл. Кто выигрывает при правильной игре?

Передача хода. «*Орел — я выиграла, решка — ты проиграл*»

7. Выписаны в ряд числа от 1 до 2002. Играют двое, делая ходы поочередно. За один ход разрешается вычеркнуть любое из записанных чисел вместе со всеми его делителями. Выигрывает тот, кто зачеркнёт последнее число. Докажите, что у первого игрока есть способ играть так, чтобы всегда выигрывать.
8. Никита и Даниил играют в следующую игру. Имеется $99!$ конфет. За один ход разрешается взять не более, чем $\frac{1}{100}$ от оставшихся конфет. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Первым ходит Даниил. У кого из игроков есть выигрышная стратегия?