

# Принцип крайнего

*суперматвертикаль*

02.02.19

1. По кругу выписано несколько чисел, каждое из которых равно среднему арифметическому двух соседних с ним. Докажите, что все эти числа равны.
2. На шахматной доске стоят несколько ладей. Докажите, что найдется ладья, бьющая не более двух других? (Перепрыгивать через другие фигуры ладья не может.)
3. Можно ли разрезать квадрат на равнобедренные треугольники с углом  $40^\circ$  при основании?
4. (а) Каждый из учеников класса в течение дня один раз посидел в библиотеке. Известно, что там каждый встретился с каждым. Докажите, что в некоторый момент все ученики были в библиотеке.  
(б) За следующий день в библиотеке побывало 100 читателей, каждый по разу. Оказалось, что из любых трех по крайней мере двое там встретились. Докажите, что библиотекарь мог сделать важное объявление в такие два момента времени, чтобы все 100 читателей его услышали.
5. Эмиль задумал четыре неотрицательных числа (необязательно целых) и посчитал их всевозможные попарные суммы (всего 6 штук). Какие числа он задумал, если эти суммы — 1, 2, 3, 4, 5, 6?
6. В стране есть несколько городов. Все расстояния между ними различны. Сумасшедший путешественник едет из города  $A$  в самый далекий от него город  $B$ . Затем едет в самый далекий от  $B$  город  $C$  и так далее. Докажите, что если город  $C$  не совпадает с городом  $A$ , то путешественник никогда не вернется обратно в город  $A$ .
7. На полях шахматной доски расставлены числа 1, 2, ..., 64. Докажите, что найдется пара соседних по стороне клеток, где числа отличаются не меньше, чем на 5.
8. Маляр-хамелеон ходит по клетчатой доске на одну клетку по вертикали или горизонтали. Попав в очередную клетку, он либо перекрашивается в её цвет, либо перекрашивает клетку в свой цвет. Белого маляра-хамелеона кладут на чёрную доску размерами  $8 \times 8$  клеток. Сможет ли он раскрасить её в шахматном порядке?