

МегаМатБой

1. На острове живут лжецы и рыцари. Рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда лгут. Однажды 12 островитян, собравшиеся в компанию, сделали такие заявления. Двое сказали: «Ровно двое из здесь присутствующих – лжецы», еще четверо сказа-ли: «Ровно четверо среди здесь присутствующих – лжецы», последние шестеро сказали: «Ровно шестеро среди присутствующих – лжецы». Сколько лжецов могло быть в этой компании?
2. В коробке 2000 карандашей, среди которых есть карандаши разных цветов и разных размеров. Известно, что из них невозможно выбрать три карандаша, попарно различных как по цвету, так и по размеру. Докажите, что в коробке найдется 1000 карандашей одного цвета или 1000 карандашей одного размера.
3. На доске написано число 540. За одну операцию число на доске можно либо умножить на простое число, либо разделить на квадрат натурального числа (если делится нацело). За какое наименьшее количество операций можно получить на доске число 1?
4. Решите ребус (одинаковые буквы обозначают одинаковые цифры, разные – разные): Чему равно произведение $Ч \times Е \times Л \times О \times В \times Е \times К$, если известно что $\sqrt{3 \times Л \times О} = Л \times Е \times Н \times Ь$?
5. На сторонах AB , BC и AC треугольника ABC с прямым углом A отмечены точки K , L и M соответственно такие, что $AKLM$ – квадрат. Лучи KM и BC пересекаются в точке X . Докажите, что $\angle XAC = \angle ABC$.
6. Боря пишет на доске последовательность из 2016 чисел, каждое из которых равно 1 или -1 . После этого Аня разбивает эту последовательность на несколько блоков последовательных чисел (не менее чем из одного числа) и находит сумму чисел в каждом блоке. Аня хочет, чтобы сумма квадратов полученных сумм была равна данному числу N . Найдите все N , при которых Аня сможет этого добиться, как бы Боря ни расставил числа вначале.
7. Двое путников отправились одновременно в один и тот же путь. Первый половину расстояния проехал на телеге, а вторую - пешком. Второй половину затраченного времени шел пешком, а вторую половину ехал на телеге. Кто из них проделал весь путь быстрее, если пешком они ходят с одинаковой скоростью, а телега едет быстрее?
8. Муравей ползает по проволочному каркасу куба, нигде не разворачиваясь, не проходя никакой участок дважды. Какой наибольший путь сможет проделать муравей, если ребро куба равно 1 м?