

Делимость

Определение. Натуральное число называется *простым*, если оно имеет ровно 2 делителя. Натуральное число называется *составным*, если оно имеет больше 2 делителей. Единственное натуральное число, которое не является ни простым, ни составным — 1.

Основная теорема арифметики. Любое натуральное число, большее 1, можно разложить на произведение простых множителей, причем это разложение единственно, если не учитывать порядок следования множителей.

1. Всегда ли верны следующие утверждения?
 - (а) если a делится на 3, то a^2 делится на 9;
 - (б) если a делится на 24 и a делится на 15, то a делится на 360;
 - (с) если a^2 делится на 3, то a делится на 3;
 - (д) если a^2 делится на 8, то a делится на 4;
 - (е) если a^2 делится на 8, то a делится на 8.
2. Произведение двух натуральных чисел, каждое из которых не делится нацело на 10, равно 1000. Найдите их сумму.
3. Какие цифры можно вставить вместо звездочек, чтобы число $17*651*$ делилось на 45? Перечислите все варианты.
4. По пакетам разложены 109 яблок. В некоторых пакетах лежит по x яблок, в других — по 3 яблока. Найдите все возможные значения x , если всего пакетов — 20.
5. Сумма трех различных наименьших делителей некоторого числа A равна 8. На сколько нулей может оканчиваться число A ?
6. Является ли число 17 968 425 квадратом какого-нибудь натурального числа?
7. Докажите, что число, имеющее нечетное число делителей, является точным квадратом.
8. Натуральные числа a и b таковы, что $56a = 65b$. Докажите, что $a + b$ — составное число.
9. Найдите 5 натуральных чисел таких, что ни одно из них не делится на другое, но квадрат каждого из них делится на каждое из оставшихся чисел.