

## Стремление к чему-то большему

1. Докажите, что правильный треугольник можно разрезать на  $n$  правильных треугольников, начиная с шести.
2. Из квадрата  $2n \times 2n$  вырезали одну клетку. Докажите, что оставшуюся фигуру всегда можно разрезать на уголки, состоящие из трёх клеток.
3. При каких  $n > 3$  набор гирь с массами  $1, 2, 3, \dots, n$  граммов можно разложить на три равные по массе кучки?
4. Максим умеет делить любой отрезок либо пополам, либо в отношении  $n : n+1$ , где  $n$  — любое натуральное число. Докажите, что Максим может поделить отрезок на любое количество равных частей.
5. В прямоугольнике  $3 \times n$  стоят фишки трех цветов, по  $n$  штук каждого цвета. Доказать, что можно переставить фишки в каждой строке так, чтобы в любом столбце были фишки всех цветов.
6. На столе стоят  $2^n$  стаканов с водой. Разрешается взять любые два стакана и уравнять в них количества воды, перелив часть воды из одного стакана в другой. Докажите, что с помощью таких операций можно добиться того, чтобы во всех стаканах было поровну воды.
7. Можно ли представить единицу в виде суммы  $100500$  различных дробей с числителем 1 и натуральным знаменателем?
8. Докажите, что для любого числа  $n$  существует число, составленное из цифр 1 и 2, которое делится на  $2n$ .