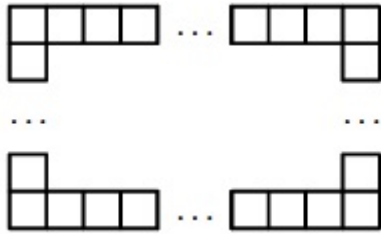


Подготовка к олимпиадке.

1. Последняя цифра в записи натурального числа в 2016 раз меньше самого числа. Найдите все такие числа.
2. Из 1812 одинаковых квадратов со стороной 1 мм сделали прямоугольную рамку для групповой фотографии (см. рисунок, границы фотографии совпадают с внутренними границами рамки). Потом фотографию разрезали по линии миллиметровой сетки на две прямоугольные части. Теперь понадобилось две рамки, на которые ушло 2018 таких же квадратов. Найдите размеры исходной фотографии.



3. Записаны четыре различных натуральных числа. Оказалось, что сумма чисел, им обратных, равна 1. Может ли среди записанных чисел отсутствовать число 2?
4. На координатной плоскости построены четыре прямые, уравнения которых имеют вид $y = ax + b$. Все коэффициенты и свободные члены — различные натуральные числа от 1 до 8. Могут ли эти 4 прямые разделить плоскость ровно на 8 частей?
5. Расставьте в левой части равенства $\frac{1}{a} \frac{1}{a} \frac{1}{a} \frac{1}{a} \frac{1}{a} = (a + 1)(a - 1)$ знаки арифметических операций и скобки так, чтобы равенство стало верным для всех a , отличных от нуля.
6. Точки пересечения графиков четырех функций, заданных формулами $y = kx + b$, $y = kx - b$, $y = tx + b$ и $y = tx - b$, являются вершинами четырехугольника. Найдите координаты точки пересечения его диагоналей.
7. На острове живут 33 рыцаря, а также лжецы и фантазёры. Каждого жителя этого острова по очереди спросили: «Сколько среди вас рыцарей?». Было получено десять различных ответов, каждый из которых был назван более, чем одним жителем. Рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда называют неверное число, которое ещё не было названо, а фантазёры всегда называют число, которое на единицу больше предыдущего ответа. Обязательно ли было названо число 40?

8. В классе учатся 30 человек: отличники, троечники и двоечники. Отличники на все вопросы отвечают правильно, двоечники всегда ошибаются, а троечники на заданные им вопросы строго по очереди то отвечают верно, то ошибаются. Всем ученикам было задано по три вопроса: «Ты отличник?», «Ты троечник?», «Ты двоечник?». Ответили «Да» на первый вопрос — 19 учащихся, на второй — 12, на третий — 9. Сколько троечников учится в этом классе?
9. Робинзон Крузо каждый второй день пополняет запасы питьевой воды из источника, каждый третий день собирает фрукты и каждый пятый день ходит на охоту. Сегодня, 13 сентября, у Робинзона тяжёлый день: он должен делать все эти три дела. Когда у Робинзона будет следующий тяжёлый день?
10. Самолёт вылетел из Перми 28 сентября в полдень и прибыл в Киров в 11 часов утра (везде в задаче время отправления и прибытия указывается местное). В 19 часов того же дня самолёт вылетел из Кирова в Якутск и прибыл туда в 7 часов утра. Через три часа он вылетел из Якутска в Пермь и вернулся туда в 11 часов утра 29 сентября. Сколько времени самолёт находился в воздухе?
11. На поляне собрались 25 гномов. Известно, что 1) каждый гном, который надел колпак, надел обувь; 2) без колпака пришли 12 гномов; 3) босиком пришло 5 гномов. Каких гномов и на сколько больше: тех, кто пришёл в обуви, но без колпака, или тех, кто надел колпак?
12. Разность квадратов двух чисел равна 6, а если уменьшить каждое из этих чисел на 2, то разность их квадратов станет равна 18. Чему равна сумма этих чисел?
13. Квадрат с вершинами в узлах сетки и сторонами длиной 2015, идущими по линиям сетки, разрезали по линиям сетки на несколько прямоугольников. Верно ли, что среди них есть хотя бы один прямоугольник, периметр которого делится на 4?