

## Сравнения.

1. Докажите, что  $4^n - 1$  делится на 3.
2. Докажите эквивалентность двух определений сравнения по модулю.
3. Сумма трёх натуральных чисел, являющихся точными квадратами, делится на 9. Докажите, что из них можно выбрать два, разность которых также делится на 9.
4. Найти остаток  $3^{16} - 2^{55} \cdot 5^{15}$  от деления на 3.
5. Докажите, что  $43^{101} + 34^{101}$  делится на 77.
6. При каких  $n$   $n^2 - 6n - 4$  делится на 13?
7. Докажите, что если целое число  $k$  не кратно простому числу  $p$ , то  $k^p - 1$  дает остаток 1 при делении на  $p$ . (Это **Малая теорема Ферма**)
8. Найдите остаток от деления  $8^{900}$  на 29.
9. Целые числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  таковы, что  $a^3 + b^3 + c^3$  делится на 7. Докажите, что  $abc$  делится на 7.

## Сравнения.

1. Докажите, что  $4^n - 1$  делится на 3.
2. Докажите эквивалентность двух определений сравнения по модулю.
3. Сумма трёх натуральных чисел, являющихся точными квадратами, делится на 9. Докажите, что из них можно выбрать два, разность которых также делится на 9.
4. Найти остаток  $3^{16} - 2^{55} \cdot 5^{15}$  от деления на 3.
5. Докажите, что  $43^{101} + 34^{101}$  делится на 77.
6. При каких  $n$   $n^2 - 6n - 4$  делится на 13?
7. Докажите, что если целое число  $k$  не кратно простому числу  $p$ , то  $k^p - 1$  дает остаток 1 при делении на  $p$ . (Это **Малая теорема Ферма**)
8. Найдите остаток от деления  $8^{900}$  на 29.
9. Целые числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  таковы, что  $a^3 + b^3 + c^3$  делится на 7. Докажите, что  $abc$  делится на 7.