

Неравенства

1. Докажите, что выполнено неравенство:

$$\sqrt{a+1} + \sqrt{2a-3} + \sqrt{50-3a} < 12.$$

2. Решите уравнение $x^4 + y^4 + 2 = 4xy$.

3. Докажите, что для положительных чисел a, b, c, d, e выполнено неравенство

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 \geq a(b + c + d + e).$$

4. Докажите, что для положительных чисел a, b, c, d выполнено неравенство

$$\sqrt{\frac{a+b}{c}} + \sqrt{\frac{b+c}{d}} + \sqrt{\frac{c+d}{a}} + \sqrt{\frac{d+a}{b}} \geq 4\sqrt{2}.$$

5. Найдите минимальное значение выражения

$$\sqrt{x_1^2 + (1-x_2)^2} + \sqrt{x_2^2 + (1-x_3)^2} + \dots + \sqrt{x_n^2 + (1-x_1)^2}.$$

6. Положительные x, y, z таковы, что $x + y + z = xyz$. Найдите минимум $xy + yz + zx$.

В этих двух листиках суммарно 15 задач (включая пункты доказательства транснеравенства, которые были рассказаны в среду).

Чтобы мотивировать всех активнее решать и сдавать задачи, сделаем следующее: количество полученных плюсииков по этим двум листикам конвертируются в оценку по алгебре по следующему принципу.

3 — 8 плюсииков;

4 — 10 плюсииков;

5 — 12 плюсииков.

Последний день сдачи задач — 2 марта.